3 Rectificadores Controlados

3.1 Estructura básica del SCR

El SCR es un dispositivo semiconductor similar al diodo, pero con la capacidad de retardar el momento de conmutación según sea necesario para la utilidad que se le otorgue al rectificador.

SCR son las siglas de Silicon Controlled Rectifier (Rectificador controlado de silicio). A diferencia del diodo, este dispositivo está constituido por cuatro capas y externamente posee tres terminales denominados: ánodo, cátodo y gate (puerta).

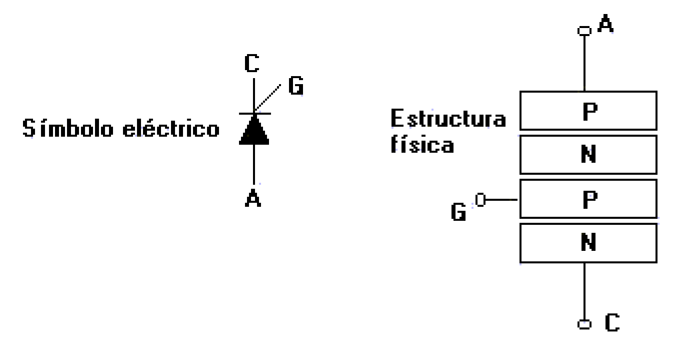


Figura 3.1

Cuando se aplica una tensión positiva entre ánodo y cátodo, o mejor dicho se polariza el dispositivo en forma directa, el SCR no conducirá ya que dos de sus junturas quedan en modo de conducción y una de ellas queda con polarización inversa.

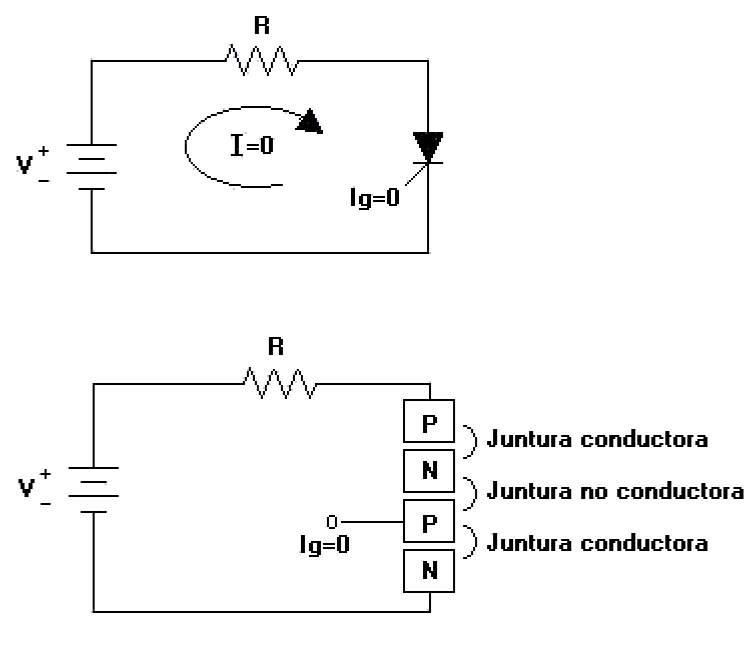


Figura 3.2

Para lograr la conducción de todas las capas del SCR, se aplica un pulso de corriente adicional en la puerta, de esta forma se polariza la juntura no conductora y el dispositivo logra la conducción. La corriente del circuito principal está ahora limitada por la resistencia de carga.
Cuando se aplica el pulso de corriente en la puerta del SCR, el diodo queda en modo de conducción y no pierde esta condición mientras el voltaje de la fuente principal mantenga su polaridad y la corriente circulante por el SCR tenga un valor suficiente para mantenerlo en conducción. Esta corriente mínima que requiere el SCR para permanecer en conducción se conoce como corriente de mantenimiento (Ih), cabe mencionar que la corriente de mantenimiento puede ser del orden de los miliamperios.

El SCR también posee ciertas características mencionadas en el análisis del diodo, tales como el voltaje de ruptura, tensión de barrera y corriente de saturación.

Existen varios métodos para disparar los SCR´s, configuraciones basadas en transistores cuyo estado de corte y saturación permite obtener pulsos de corriente para señales de control.
También se utilizan microcontroladores programados para poder otorgar pulsos el tiempo exacto que se requiere disparar un tiristor.

3.2 Rectificador controlado de media onda

La principal ventaja de los rectificadores controlados, es que podemos modificar el valor medio de tensión obtenido para alimentar una carga determinada. Esta es una ventaja por ejemplo, en el control de velocidad en máquinas de CC.

Analizaremos a continuación la señal de voltaje obtenido en una carga cuando el SCR es disparado en un ángulo α. Dado que las señales obtenidas se modifican, también se calcularán los valores de voltaje medio, efectivo, factor de potencia y espectro armónico para las nuevas condiciones de operación.

3.2.1Rectificador de media onda con carga resistiva

El circuito de la figura muestra la configuración para rectificador carga resistiva y sus respectivas formas de onda para cada variable de interés.

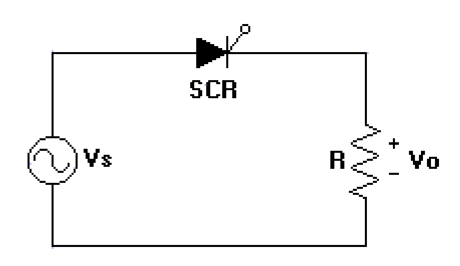


Figura 3.3

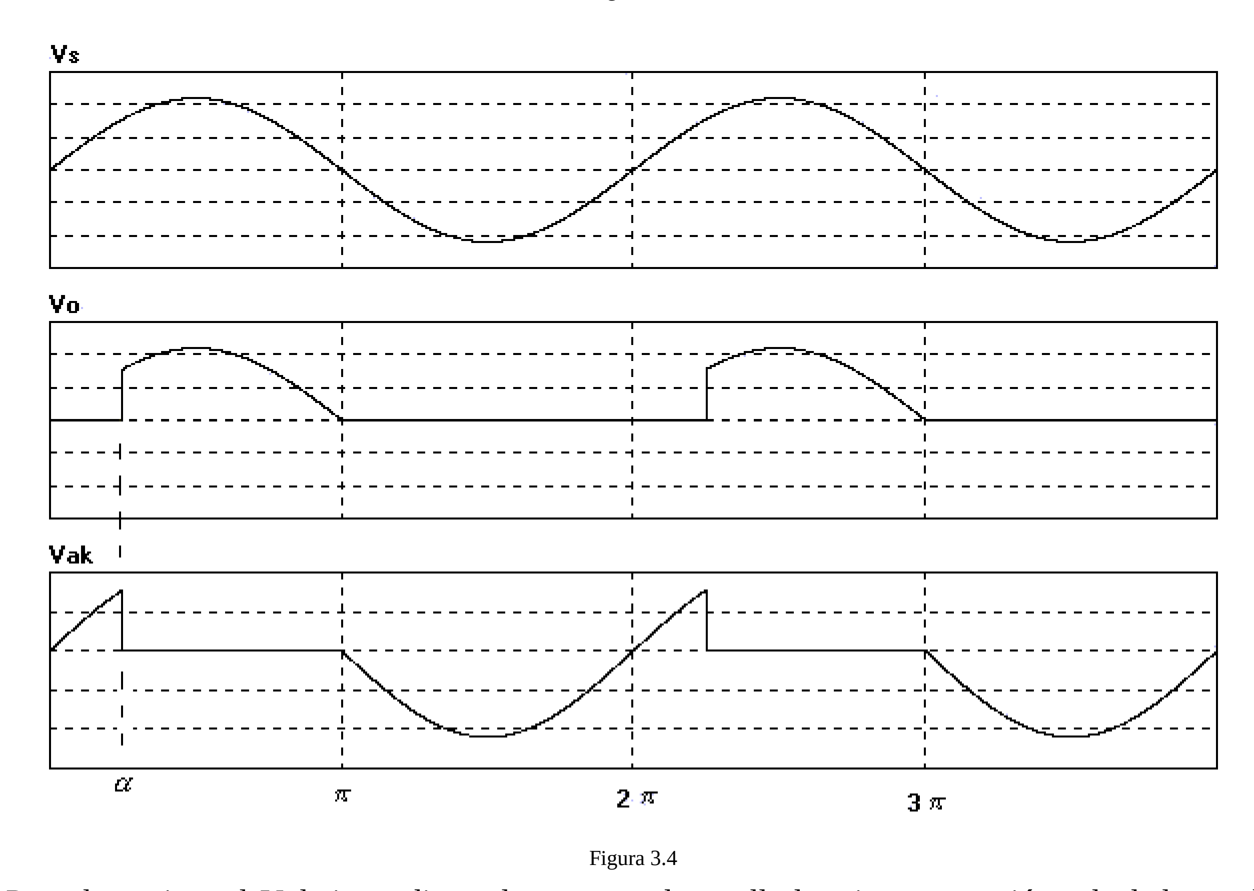


Figura 3.4

Para determinar el Voltaje medio en la carga se desarrolla la misma expresión calculada en el capítulo de rectificadores no controlados, pero tomando en cuenta que la función sólo tiene valor no nulo después de dispararse el SCR.

$$Vdc = \int_{\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{Vm}{2\pi}\left(-Cos\,wt\right)_{\alpha}^{\pi}$$

$$Vdc = \frac{Vm}{2\pi}\left(1 + Cos\alpha\right) \text{.....................(3.1)}$$

El valor efectivo lo calcularemos como:

$$Vrms = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} Vm^2 Sen^2 wt \quad dwt}$$

$$Vrms = \sqrt{\frac{Vm^2}{2\pi}\left(\frac{wt}{2} - \frac{Sen2wt}{4}\right)_{\alpha}^{\pi}}$$

$$Vrms = \sqrt{\frac{Vm^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{Sen2\pi t}{4} - \frac{\alpha}{2} + \frac{Sen2\alpha}{4}\right)}$$

$$Vrms = \sqrt{\frac{Vm^2}{4}\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{Sen2\alpha}{4}\right)}$$

$$Vrms = \frac{Vm}{2}\sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{Sen2\alpha}{4}\right)} \text{.......................(3.2)}$$

3.2.2 Rectificador con carga RL

Cuando se alimenta una carga inductiva la corriente no tiene la misma forma de onda que el voltaje, por lo tanto se determina una expresión que describe el comportamiento de la corriente una vez que el SCR ha comenzado a conducir.

Al igual que en cualquier circuito RL, la corriente total es la suma entre la respuesta forzada y la natural de circuito.

$$i(wt) = \frac{Vm}{Z} Sen(wt - \theta) + A * e^{\frac{-wt}{wt}} \text{.................(3.3)}$$

Dado que ahora la condición inicial es i (α) = 0

La expresión final para la corriente queda:

$$i(wt) = \frac{Vm}{Z}\left[Sen(wt-\theta) - Sen(\alpha-\theta) * e^{\frac{\alpha - wt}{wt}} \right] ....(3.4)$$

$$para \alpha \leq wt \leq \beta$$

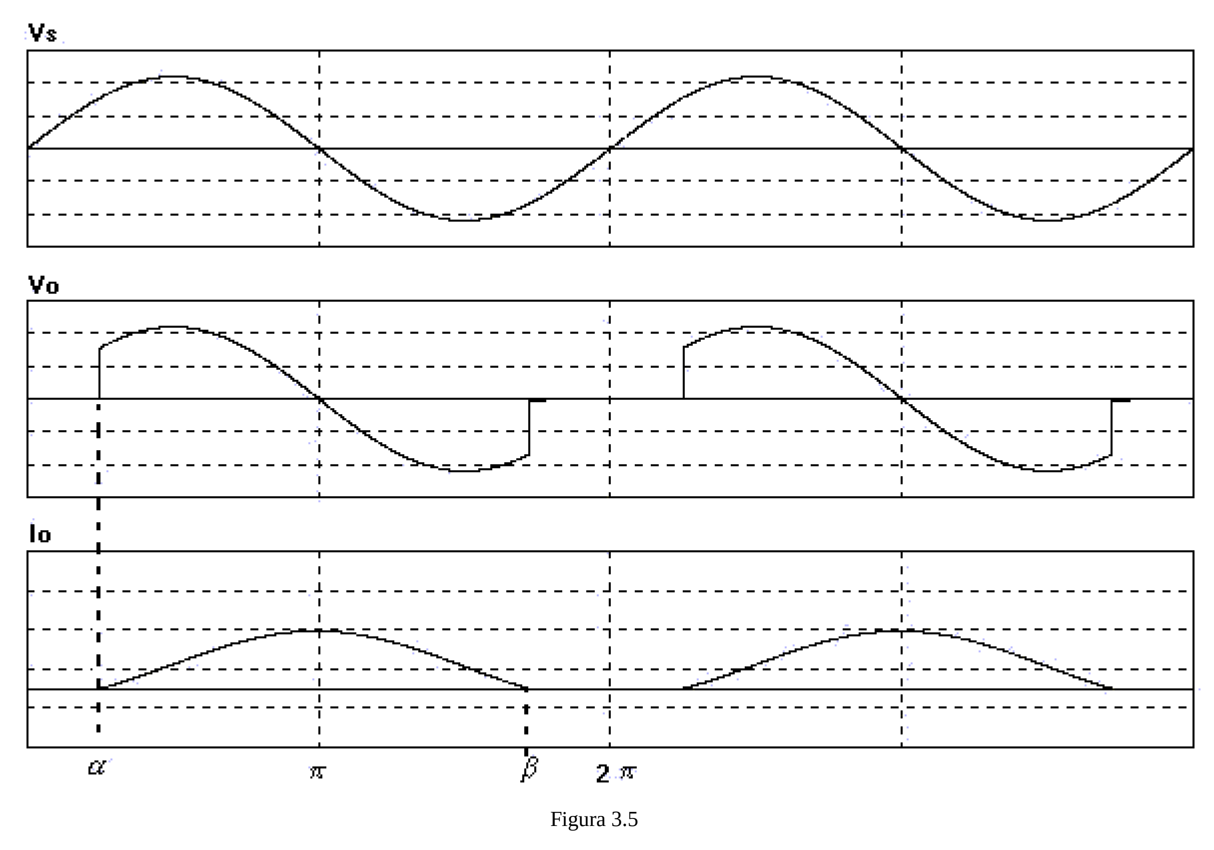


Figura 3.5

El Vdc depende entonces del ángulo de corte de corriente ya que la señal de voltaje de salida llega hasta dicho ángulo.

$$Vdc = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} Vm * Sen\, wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{Vm}{2\pi}\left(-Cos\, wt \right)_{\alpha}^{\beta}$$

$$Vdc = \frac{Vm}{2\pi}\left(Cos\alpha - Cos\beta\right) ....(3.5)$$

3.3 Rectificador Controlado con transformador de Tap Central

Para el rectificador con transformador central analizado anteriormente, ampliaremos ahora su estudio para el caso de diodos controlados. La figura muestra la topología del rectificador de onda completa y el comportamiento de sus diodos en distintos ángulos de funcionamiento.

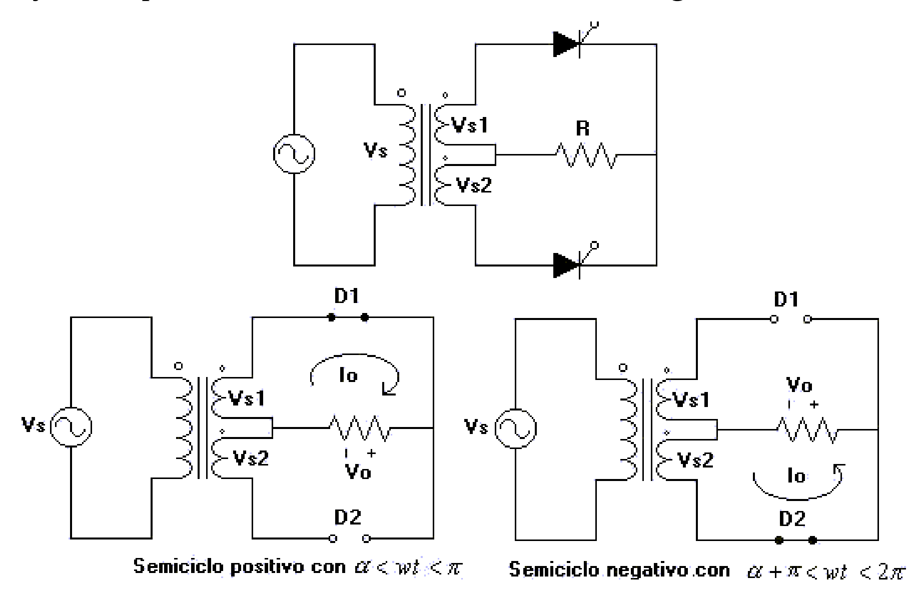


Figura 3.6

A continuación se grafican las formas de onda de interés en el circuito.

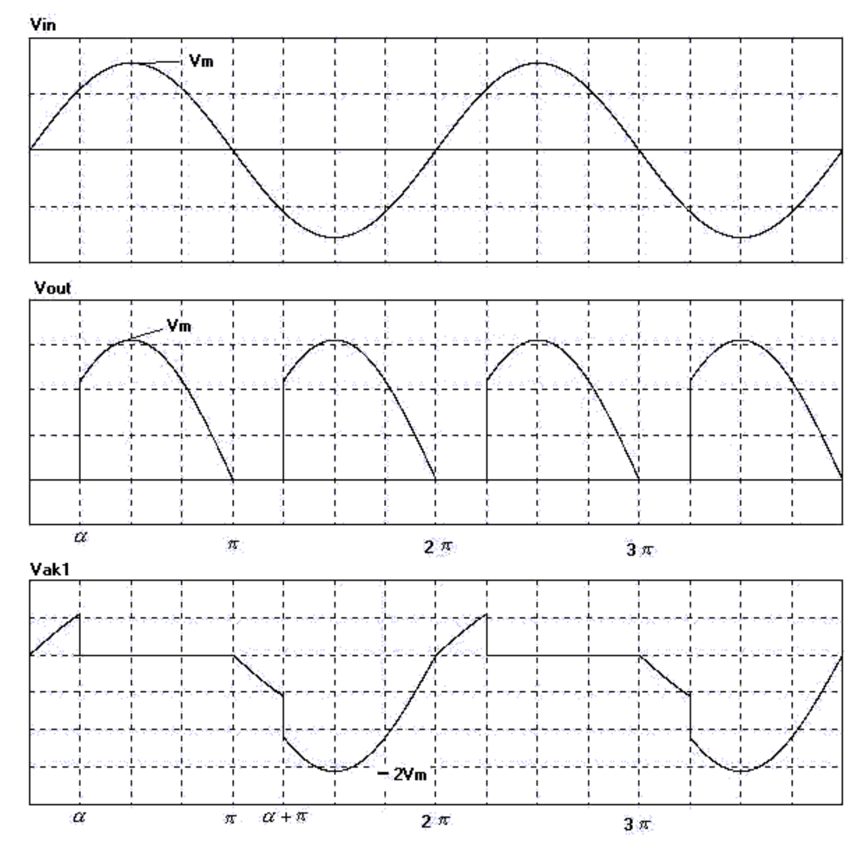


Figura 3.7

Se debe notar que cuando un SCR está en estado de bloqueo, adopta el voltaje de sinusoidal de entrada y permanece con ese voltaje hasta que el disparo ocurrido en α, luego el voltaje que aparece en sus terminales es nulo ya que entra en estado de conducción, cuando se llega al semiciclo negativo, este deja de conducir y nuevamente obtiene en sus terminales el voltaje de entrada, pero cuando el segundo SCR comienza a conducir el primer diodo adquiere la tensión de entrada + voltaje en la carga.

El voltaje medio en la carga se calcula ahora como:

$$Vdc = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(-Cos\,wt \quad\right)_{\alpha}^{\pi}$$

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(1+Cos\alpha\right) \text{..................(3.6)}$$

Si Vm está en términos del voltaje de red, podemos expresar Vdc en la carga agregando la razón de transformación entre el devanado primario y cada devanado del lado secundario:

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(\frac{Vs_1}{Vs}\right)\left(1+Cos\alpha\right) \text{..................(3.7)}$$

Para el voltaje rms se calcula:

$$Vrms = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{\alpha} Vm^2Sen^2wt \quad dwt}$$

$$Vrms = \sqrt{\frac{Vm^2}{\pi}\left(\frac{wt}{2}-\frac{Sen2wt}{4}\right)_{\alpha}^{\pi}}$$

$$Vrms = \sqrt{\frac{Vm^2}{2}\left(1-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{Sen2\alpha}{2\pi}\right)}$$

$$Vrms = \frac{Vm}{\sqrt{2}}\left(\frac{Vs_1}{Vs}\right)\sqrt{\left(1-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{Sen2\alpha}{2\pi}\right)} \text{..........(3.8)}$$

Ejemplo 3.1

Se tiene un rectificador de onda completa como el mostrado en la figura 1 con Vs=110Vrms, la carga es una resistencia de 10 Ω, y para un α=45º.

Vs1= Vs2, Vs/Vs1=3

calcule:

a) Vdc en la carga
b) Voltaje medio para SCR 1
c) Factor de potencia del sistema

Solución:

a)

$$Vdc = \frac{110\sqrt{2}}{\pi}\left(\frac{1}{3}\right)(1 + Cos 45)$$

$Vdc = 28.177$(v)

b)

La gráfica de tensión en el SCR 1 nos muestra que el área abarcada por la señal entre 0 y 45º es la misma que entre 180º y 225º, por esta razón sólo se necesita integrar la función $2Vm * Sen\,wt$ entre los ángulos 225º y 360º.

$$VdcSCR1 = \frac{1}{2\pi}\int_{\pi+\frac{\pi}{4}}^{2\pi} \frac{2Vm}{\pi} Sen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(-Cos 2\pi + Cos\frac{5\pi}{4}\right) \qquad Vm = \frac{110}{3}\sqrt{2}$$

$$Vdc = \frac{110}{3\pi}\sqrt{2}\left(-1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$Vdc = -28.177(v)$$

c) La potencia activa se determina por

$$Vrms = \frac{110 * \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{3}\right)\sqrt{\left(1 - \frac{0.78539}{\pi} + \frac{Sen(2 * 0.78539)}{2\pi}\right)}$$

$$Vrms = 34.96(v)$$

$$P = \frac{34.9^2}{10}$$

$$P = 121.8(w)$$

La corriente en la carga reflejada y referida al lado primario se obtiene:

$$Irms\,c\arg a = \frac{34.9}{10} = 3.49(A)$$

$$Irms\,in = \frac{3.49}{3} = 1.163(A)$$

$$S = 1.163 * 110 = 127.9(VA)$$

$$FP = \frac{121.8}{127.9} = 0.9518$$

3.4 Rectificador Controlado tipo puente

El funcionamiento del rectificador tipo puente ya es conocido, aunque ahora los diodos no conducen mientras no reciban el pulso de disparo. El Voltaje medio obtenido puede oscilar entre 0 y (2Vm)/π, dependiendo del ángulo de disparo con que se controle los diodos.

La figura 3.8 muestra el circuito del rectificador tipo puente y las secuencias de conmutación para distintos ángulos de operación.

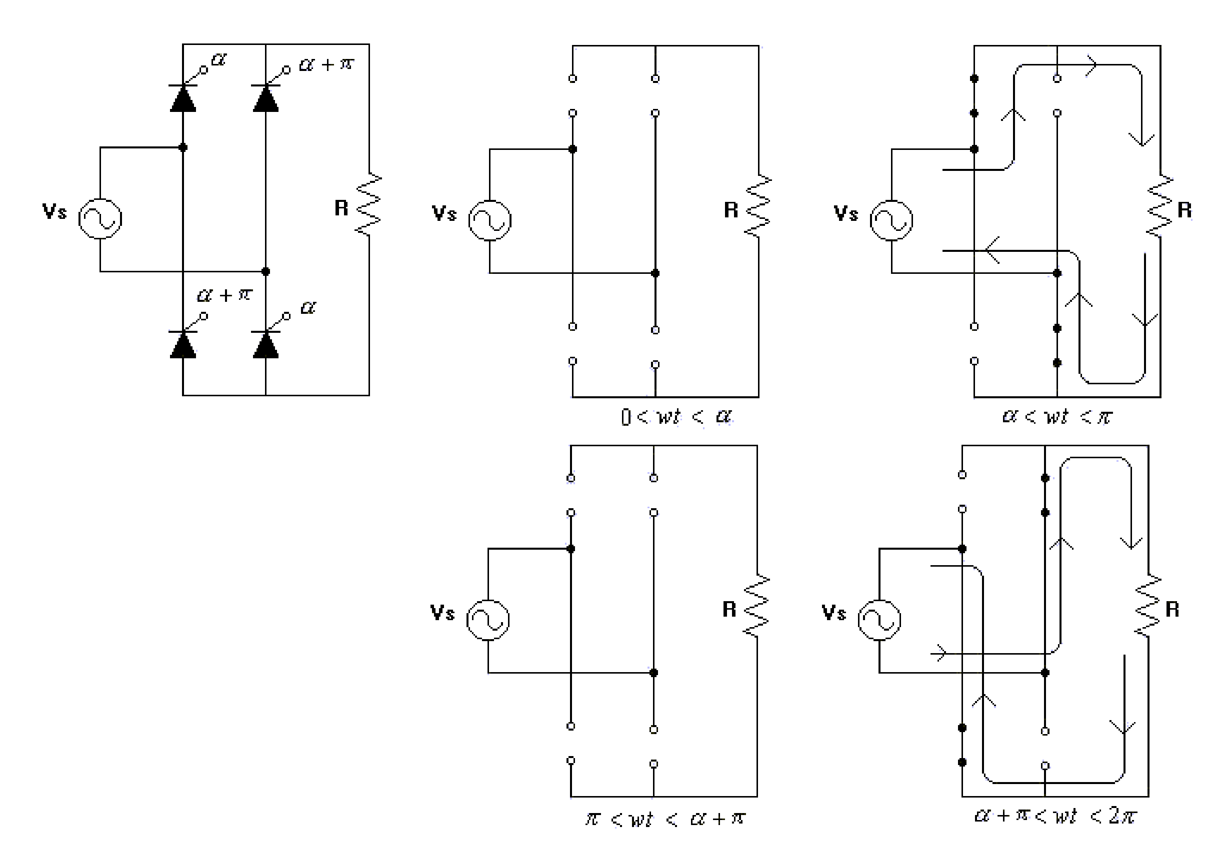


Figura 3.8

La forma de onda para la señal de voltaje de entrada y en la carga se muestra a continuación:

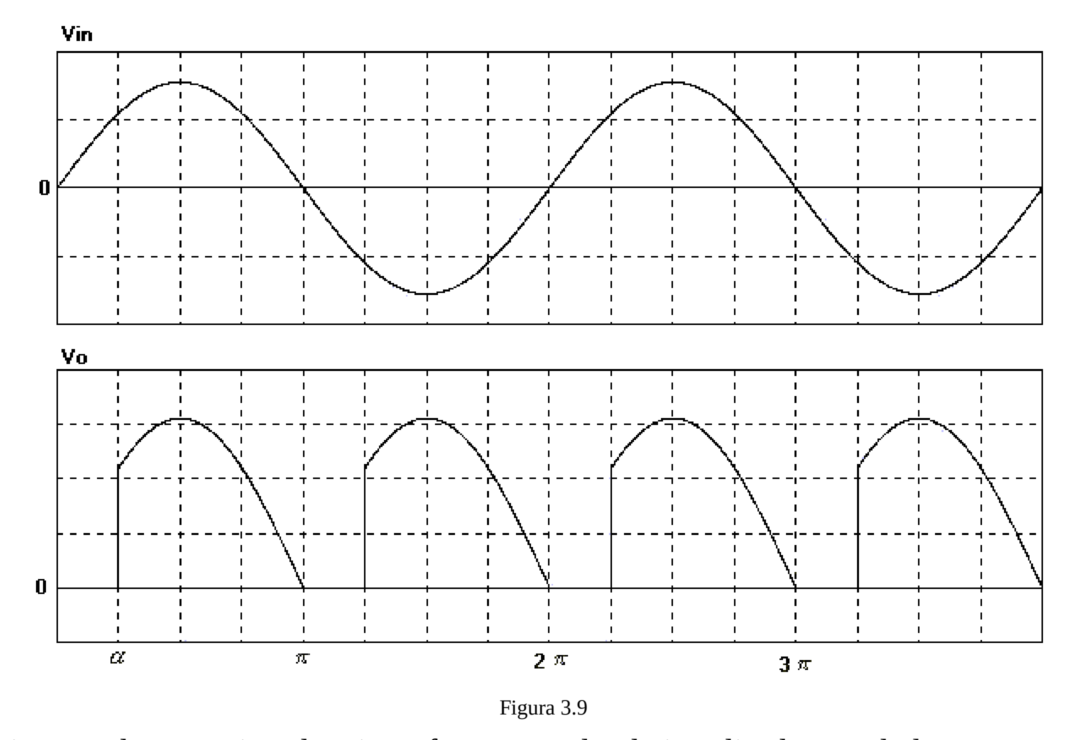


Figura 3.9

La corriente en la carga tiene la misma forma que el voltaje aplicado cuando la carga es resistiva, la corriente de entrada es la señal de la carga pero alternada.

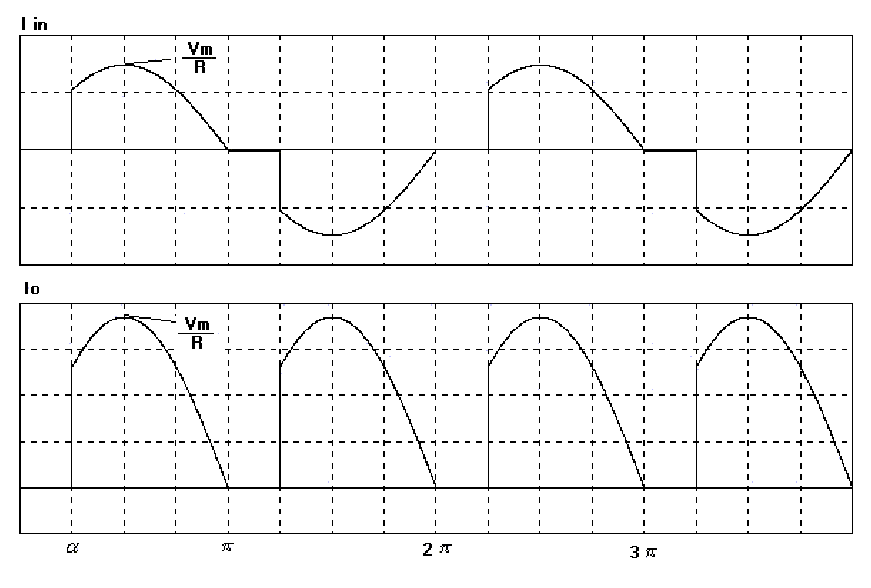


Figura 3.10

Las expresiones de voltaje medio y efectivo calculadas anteriormente en el caso del rectificador con transformador de tap central son válidas para el rectificador tipo puente.

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}(1 + Cos\alpha) \quad \text{.............(3.9)}$$

$$Vrms = \frac{Vm}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{Sen2\alpha}{2\pi}\right)} \quad \text{.....................(3.10)}$$

Ejemplo 3.2

El circuito de la figura 1 tiene una carga de R de 5Ω y $\alpha = 35^{\circ}$. Si la fuente de alimentación es de 220Vrms 50Hz, calcule:

a) Vdc en la carga
b) Corriente efectiva en la carga
c) Factor de potencia del sistema

Solución:

El voltaje medio de la carga se calcula:

$$Vdc = \frac{220\sqrt{2}}{\pi}(1 + Cos35)$$

$$Vdc = 180.159(\text{v})$$

a) La corriente efectiva se calculará con la expresión de voltaje rms en la carga:

$$\alpha = 35^{o}$$
$$\alpha = 0.61086_rad$$

$$Irms = \frac{220\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}\sqrt{\left(1 - \frac{0.61086}{\pi} + \frac{Sen(2 * 0.61086)}{2\pi}\right)}$$

$$Irms = 43(A)$$

b) Para el sistema, el factor de potencia se calcula con la potencia real en la carga y la potencia aparente de la fuente de alimentación:

$$P = 43^2 * 5$$
$$P = 9245(w)$$
$$S = 220 * 43$$
$$S = 9460(VA)$$
$$FP = \frac{9245}{9460} = 0.977$$

3.4.1 Caso carga altamente inductiva en modo rectificador

Cuando el rectificador tipo puente alimenta una carga inductiva, los SCR conducen incluso después de haber sido polarizados en sentido inverso, ya que la corriente de carga no puede modificar su magnitud en forma brusca. Cuando se da disparo a los diodos D1 y D4, la corriente fluye por estos diodos y cuando la fue te polariza en sentido inverso los SCR no cambian de estado, sólo entrarán en estado de bloqueo cuando los diodos D2 y D3 reciban su

correspondiente pulso de disparo, en este instante la corriente cambia de trayectoria y los SCR que están polarizados en sentido inverso dejan de conducir. Mientras mayor sea el ángulo de conmutación, menor será el valor medio de tensión obtenido en la carga, dado que la conducción forzada de los diodos provoca que parte de la señal de voltaje aparezca en el lado negativo y el valor de voltaje medio será inferior.

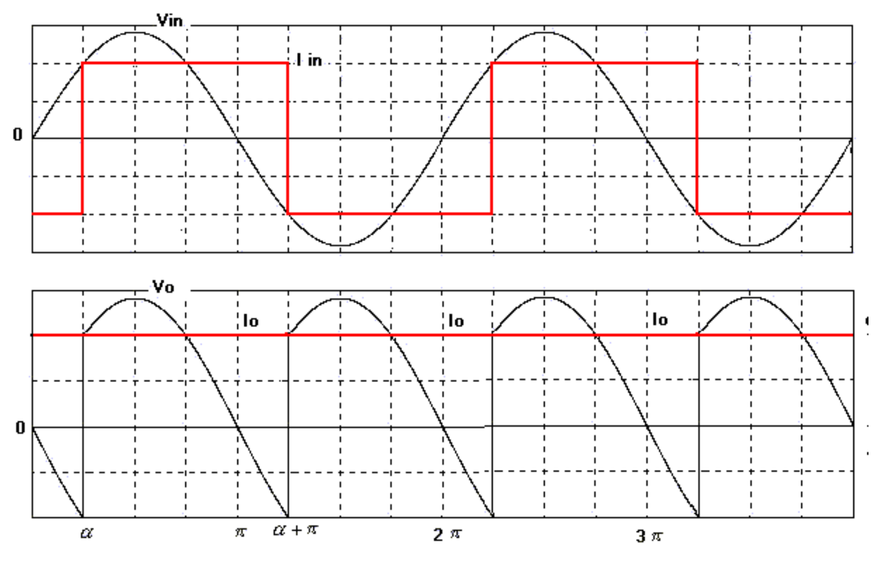


Figura 3.11

3.4.2 Caso carga altamente inductiva en modo inversor

Cuando el ángulo de conmutación es mayor a 90º, el voltaje obtenido en la carga es negativo, dado que el rectificador actúa como inversor de tensión. Revisaremos el voltaje de salida para diversos ángulos de conmutación.

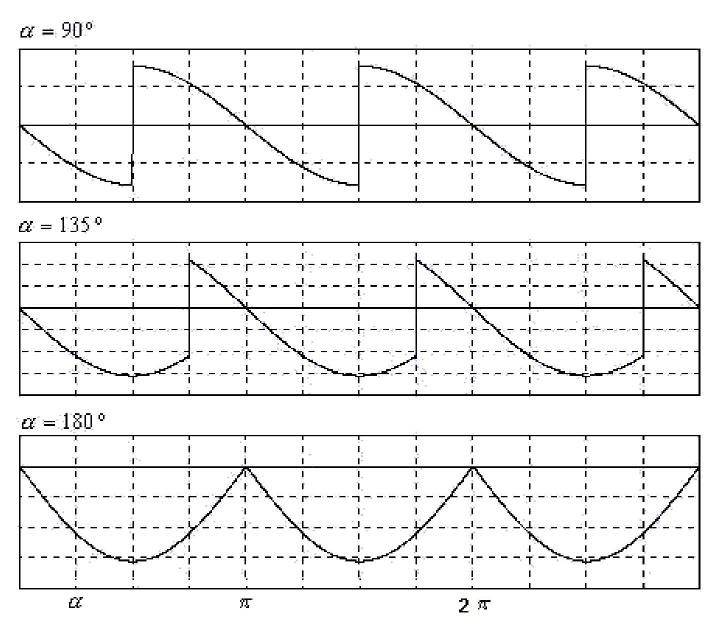


Figura 3.12

La siguiente gráfica resume el voltaje de salida para distintos ángulos de disparo:

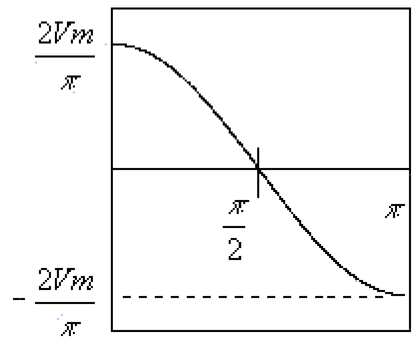


Figura 3.13

Aunque el voltaje cambia de polaridad, la corriente no lo hace ya que los diodos son elementos unidireccionales y no permiten la circulación de corriente en sentido contrario.

El valor de Vdc en la carga se calcula integrando la función pero tomando en cuenta que la conducción comienza en α.

$$Vdc = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(-Cos\,wt \quad\right)_{\alpha}^{\pi+\alpha}$$

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(-Cos(\pi+\alpha)+Cos\alpha\right)$$

$$Vdc = \frac{2Vm}{\pi}Cos\alpha ....(3.11)$$

Para determinar el factor de potencia

$$P = \frac{2VmIo}{\pi}Cos\alpha$$

$$S = \frac{Vm}{\sqrt{2}} * Io$$

$$FP = \frac{\frac{2VmIo}{\pi}Cos\alpha}{\frac{Vm}{\sqrt{2}} * Io} = 0.9\cos\alpha ....(3.12)$$

El factor de potencia obtenido es el mismo que en el rectificador monofásico tipo puente, la diferencia la da el ángulo de conmutación, mientras menor sea el ángulo de disparo de los SCR, más bajo será el factor de potencia. Este hecho es lógico ya que mientras más se recorte la señal de voltaje aplicada en la carga, mayor será el porcentaje de distorsión en dicha señal.

El THD de corriente en la entrada del convertidor es el mismo obtenido en el caso de rectificador no controlado ya que la señal de corriente sólo se desplaza en el ángulo α, pero la señal tiene la misma forma y no modifica su contenido armónico.

3.4.3 Circuito con carga inductiva y diodo volante

Al instalar un diodo de bifurcación en la salida de un rectificador controlado se logra evitar que los diodos sigan en estado de conducción debido a la inercia de la corriente inductiva.

A continuación se muestra la topología del circuito y las correspondientes formas de onda para voltajes y corrientes del sistema.

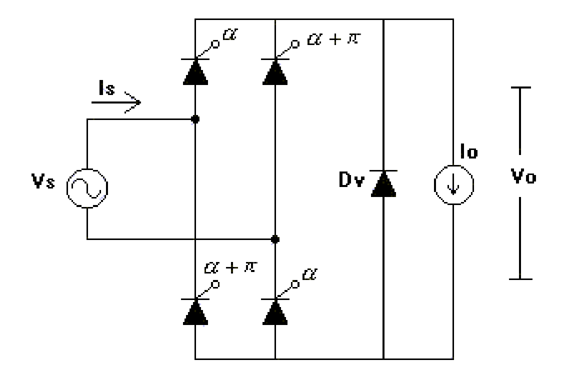


Figura 3.14

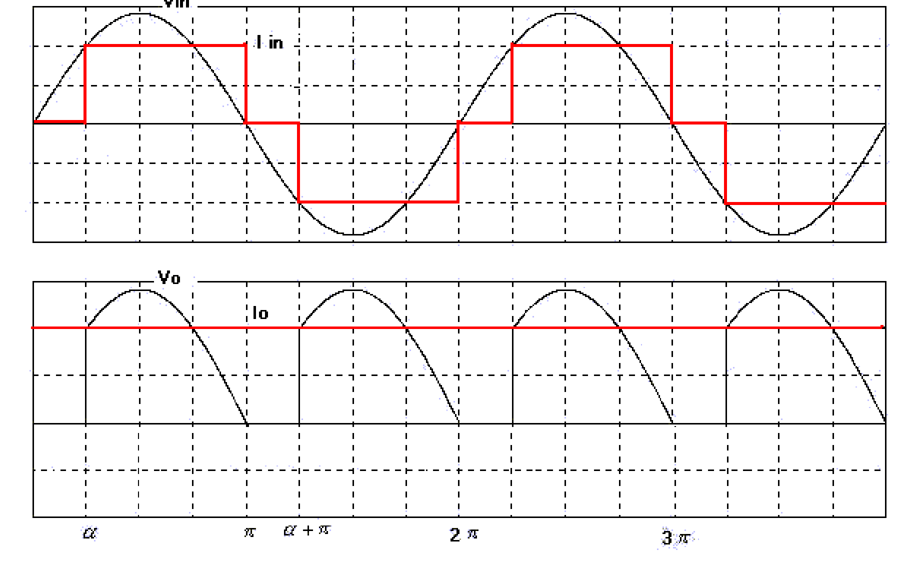


Figura 3.15

En este caso el voltaje medio está dado por la misma expresión que en el caso de carga resistiva ya que la forma de onda del voltaje de salida es la misma.

$$Vdc = \frac{Vm}{\pi}\left(1 + Cos\alpha\right) \text{.........}(3.13)$$

Factor de potencia del sistema

La potencia activa está dada por:

$$P = \frac{VmIo}{\pi}\left(1 + Cos\alpha\right) \text{............}(3.14)$$

La corriente efectiva de entrada al convertidor se debe calcular en función de α.

$$Irms = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} Io^2 dwt + \frac{1}{2\pi}\int_{\pi+\alpha}^{2\pi} (-Io^2) dwt}$$

$$Irms = \sqrt{\frac{Io^2}{2\pi}\left(\pi - \alpha\right) + \frac{Io^2}{2\pi}\left(2\pi - \pi - \alpha\right)}$$

$$Irms = \sqrt{\frac{Io^2}{\pi}\left(\pi - \alpha\right)}$$

$$Irms = Io\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi}} \text{......................}(3.15)$$

Con α en radianes.

Estableciendo la razón entre potencia activa y potencia aparente se obtiene:

$$FP = \frac{\dfrac{VmIo(1 + \cos\alpha)}{\pi}}{\dfrac{Vm}{\sqrt{2}} Io\sqrt{1 - \dfrac{\alpha}{\pi}}}$$

$$FP = \frac{\sqrt{2}VmIo(1 + \cos\alpha)}{\pi VmIo\sqrt{1 - \dfrac{\alpha}{\pi}}}$$

$$FP = \frac{\sqrt{2}\left(1 + \cos\alpha\right)}{\pi\sqrt{1 - \dfrac{\alpha}{\pi}}} \text{.....................}(3.16)$$

Armónicos y THD de las señales

Para analizar el contenido armónico del voltaje en la carga es necesario determinar los coeficientes de Fourier con las siguientes expresiones:

$$a_0 = \frac{Vm}{\pi}(1 + Cos\alpha)\text{...}(3.17)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad nCos\,nwt \quad dwt$$

$$a_n = \frac{2\sqrt{2}Vrms}{\pi}\left(\frac{-Cos\,nwtCoswt \quad -nSen\,nwt \quad Senwt}{1-n^2}\right)_{\alpha}^{\pi}\text{.........}(3.18)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad nSen\,nwt \quad dwt$$

$$b_n = \frac{2\sqrt{2}Vrms}{\pi}\left(\frac{-Sen\,nwtCoswt \quad -nCos\,nwt \quad Senwt}{1-n^2}\right)_{\alpha}^{\pi}\text{.........}(3.19)$$

Para n = 2,4,6,8...

Evaluando cada expresión para un α determinado y un número de armónico, el término graficado en el espectro de frecuencias se obtiene como:

$$c_n = \sqrt{a_n{}^2 + b_n{}^2}\text{................}(3.20)$$

Recordar que los términos del espectro armónico corresponden al valor máximo de cada señal sinusoidal que conforman la señal analizada.

Para la señal de voltaje en la carga el voltaje posee una componente de CC y armónicos pares. Para obtener estos armónicos podemos calcular los coeficientes con las expresiones mostradas o bien utilizar la tabla resumen para ángulos típicos de conmutación mostrada a continuación:

Tabla 3.1

α (grados)	Vo	V_2	V_4	V_6	V_8	V_{10}	V_{12}
0	0.9	0.6	0.12	0.0514	0.0285	0.018	0.01258
15	0.88	0.628	0.144	0.07018	0.0425	0.0281	0.0195
30	0.84	0.693	0.173	0.0773	0.045	0.0394	0.0394
45	0.768	0.754	0.17	0.085	0.084	0.07358	0.0535
60	0.675	0.79	0.1559	0.138	0.111	0.0708	0.066
75	0.566	0.752	0.183	0.1748	0.098	0.0928	0.0731
90	0.45	0.671	0.247	0.1567	0.115	0.09153	0.0756

Multiplicando el valor de la tensión rms de entrada por el valor correspondiente de tabla se obtiene el valor de la tensión armónica deseada.

La corriente de entrada se desarrolla de manera más simple ya que sea sume corriente plana debido a la carga inductiva, siendo así más fácil determinar una expresión simple para calcular los armónicos.

La función para la corriente de entrada (fig 3.15)está definida como:

$$i(wt)\begin{cases} 0 & wt < \alpha \\ Io & \alpha < wt < \pi \\ 0 & \pi < wt < \pi + \alpha \\ -Io & \pi + \alpha < wt < 2\pi \end{cases}$$

Dado que la señal de corrientes alterna, la componente de CC es nula.

$$a_0 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.21)$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} IoCos\, nwt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi+\alpha}^{2\pi} - IoCos\, nwt \quad dwt$$

$$a_n = \frac{Io}{\pi}\left(\int_{\alpha}^{\pi} Cos\, nwt \quad dwt + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} Cos\, nwt \quad dwt\right)$$

$$a_n = \frac{Io}{n\pi}\left(Sen\, n\pi \quad - Sen\, n\alpha \quad - Sen\, 2\pi n + Sen(\pi + \quad \alpha)\right)\ldots\ldots\ldots\ldots(3.21)$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} IoSen\, nwt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi+\alpha}^{2\pi} - IoSen\, nwt \quad dwt$$

$$b_n = \frac{Io}{\pi}\left(\int_{\alpha}^{\pi} Sen\, nwt \quad dwt + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} Sen\, nwt \quad dwt\right)$$

$$b_n = \frac{Io}{n\pi}\left(- Cos\, n\pi + \quad Cos\, n\alpha \quad + Cos\, 2\pi n - Cos(\pi + \quad \alpha)\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.22)$$

Para determinar la componente fundamental podemos evaluar las expresiones dadas para n=1.

$$a_1 = \frac{-2Io}{\pi} Sen\alpha$$

$$b_1 = \frac{2Io}{\pi}(1 + Cos\alpha)$$

$$c_1 = \sqrt{\left(\frac{-2Io}{\pi} Sen\alpha\right)^2 + \left(\frac{2Io}{\pi}(1 + Cos\alpha)\right)^2}$$

$$c_1 = \frac{2Io}{\pi}\sqrt{1 + 2\cos\alpha + \alpha}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.23)$$

Con α en radianes.

Ejemplo 3.3

Se tiene un rectificador monofásico tipo puente con carga altamente inductiva y diodo volante, la carga tiene una corriente constante de 25(A), $Vs = 200Sen(2\pi * 50)$, además el ángulo de disparo en los SCR es de 45º, se pide:

a) Voltaje medio en la carga
b) Factor de potencia del sistema
c) Espectro armónico de la corriente de entrada y THD

Solución:

a) Reemplazando los valores en la ya conocida expresión:

$$Vdc = \frac{200}{\pi}(1 + Cos45)$$
$$Vdc = 108.67(v)$$

b) El factor de potencia se calcula con la ecuación determinada previamente:

$$FP = \frac{\sqrt{2}(1 + \cos 45)}{\pi\sqrt{1 - \frac{45}{180}}}$$
$$FP = 0.887$$

c) Evaluando en las expresiones de a_n y b_n:

$$a_1 = -11.24 \qquad b_1 = 27.169 \qquad c_1 = 29.42$$
$$a_2 = 0 \qquad b_2 = 0 \qquad c_2 = 0$$
$$a_3 = -3.747 \qquad b_3 = 1.55 \qquad c_3 = 4.05$$

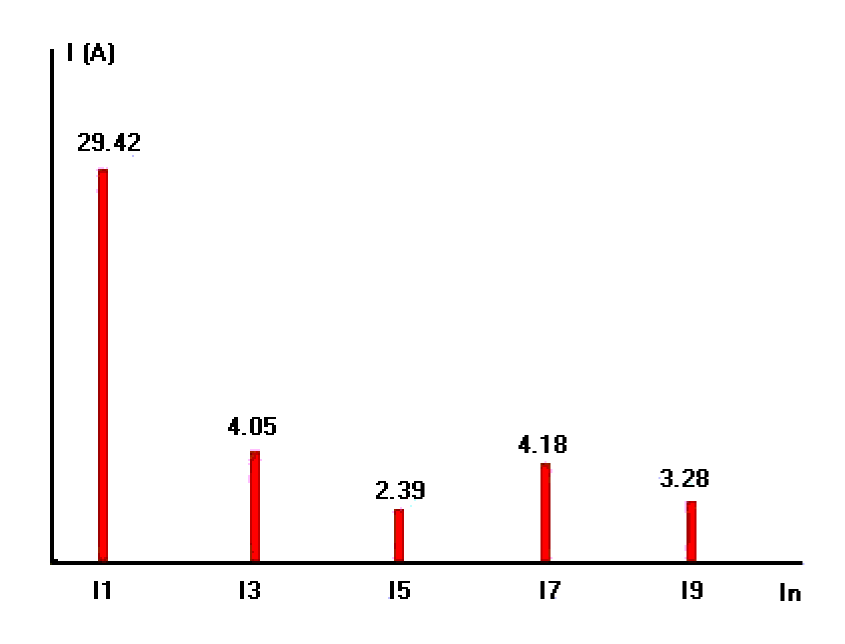


Figura 3.16

Para determinar el THD, calculamos primero el valor de la corriente efectiva total:

$$Irms = 25\sqrt{1 - \frac{45}{180}} = 21.65(A)$$

$$I_1rms = \frac{29.42}{\sqrt{2}} = 20.79(A)$$

$$THDI = \frac{\sqrt{21.65^2 - 20.79^2}}{20.79} * 100$$

$$THDI = 29\%$$

3.5 Rectificador controlado trifásico de media onda

3.5.1 Análisis para Carga R

Ya hemos dicho que los rectificadores trifásicos poseen ventajas claras respecto a los convertidores monofásicos, debido a que en instalaciones industriales se requiere de gran cantidad de energía para abastecer distintos tipos de consumo. Además de la capacidad de entrega energética los convertidores trifásicos trabajan con señales de menor rizado lo que es un beneficio importante a la hora de escoger un rectificador.

El circuito mostrado a continuación muestra la configuración del rectificador de media onda alimentando una carga resistiva, que es el primer análisis que realizaremos.

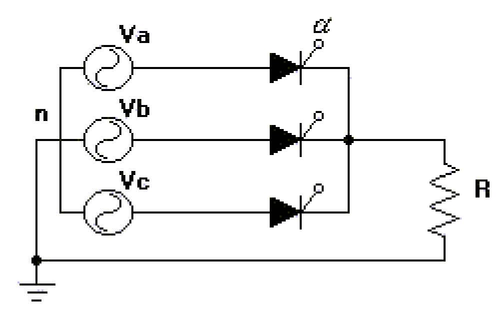


Figura 3.17

El ángulo α, es el ángulo existente entre el momento en que un diodo queda polarizado directo hasta que finalmente conduce por efecto del pulso de corriente aplicado. No debe contarse el ángulo de conmutación desde el origen de la señal. Sabemos que aunque un diodo reciba una tensión directa no conducirá ya que debe recibir una tensión mayor que el resto de los diodos para poder entrar en conducción, además de esto en el caso de diodos controlados necesita también el pulso de disparo en la puerta.

La figura muestra el ángulo de conmutación con relación a los voltajes de trifásicos de red.

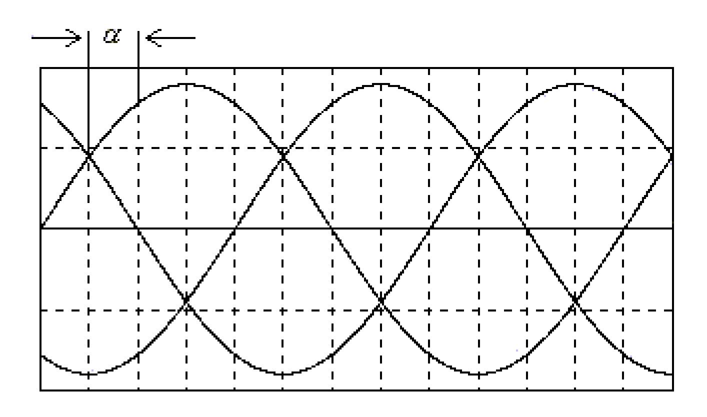


Figura 3.18

Para calcular el voltaje medio en la salida del convertidor tenemos que tomar en cuenta dos condiciones; cuando el ángulo de conmutación es menor a 30º, la señal de voltaje de salida tiene una forma que comienza en α hasta $\alpha + 120°$ y cuando el ángulo es mayor a 30º comienza en α finalizando en 180º.

Cuando el ángulo de conmutación es menor a 30º, las formas de onda de interés serán lasa siguientes:

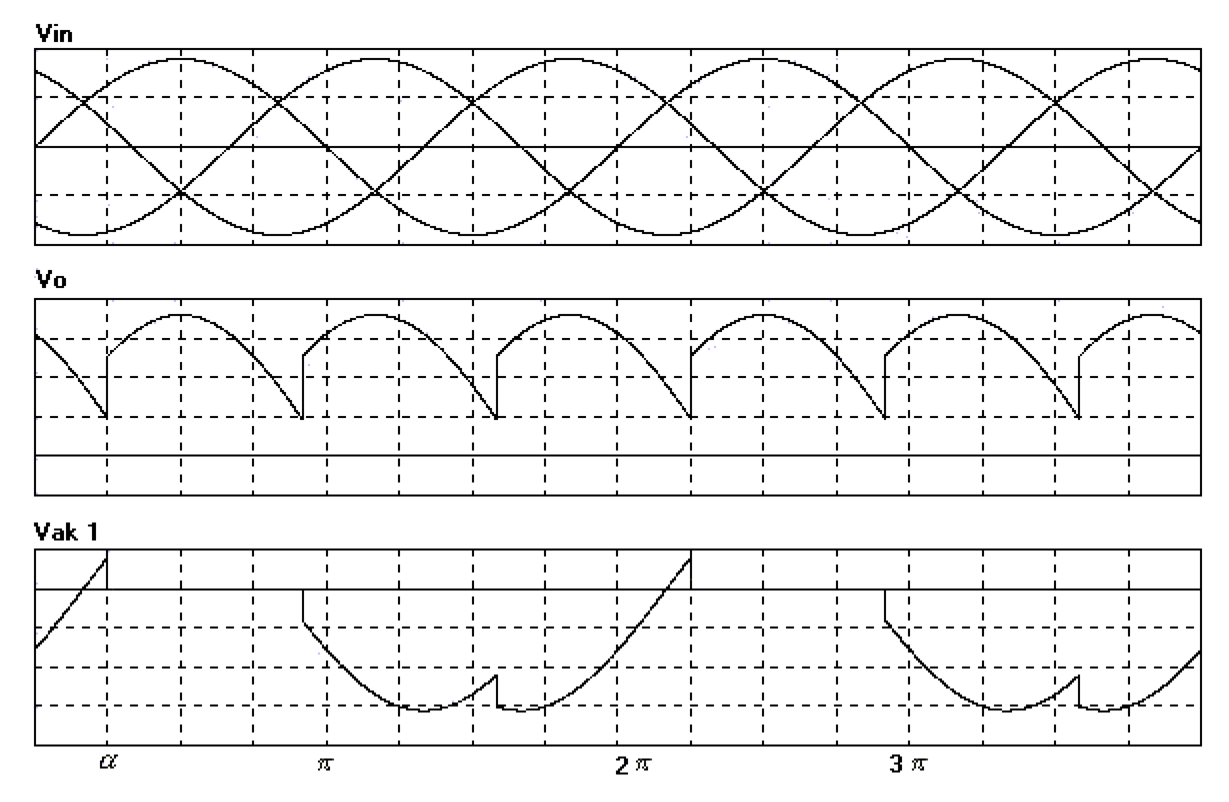


Figura 3.19

Cálculo de Vdc con α < 30º

$$Vdc = \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} VmSen\, wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{2\pi}\left(-Cos\, wt \right)_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{2\pi}\left(-Cos\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right) + Cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right)$$

$$Vdc = \frac{3\sqrt{3}Vm}{2\pi}Cos\alpha$$

$$Vdc = 1.1695Vfn\, rms \quad * Cos\alpha \text{..........................}(3.24)$$

Cálculo de Vrms con $\alpha < 30^o$

$$Vrms^2 = \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} Vm^2 Sen^2\, wt \quad dwt$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{2\pi}\left(\frac{wt}{2} - \frac{Sen2wt}{4}\right)_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{2\pi}\left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\alpha}{2} - \frac{Sen2\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right)}{4} - \frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2} + \frac{Sen2\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)}{4}\right)$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{24\pi}\left(4\pi + 3\sqrt{3}Cos2\alpha\right)$$

$$Vrms = Vfn\,rms \quad \sqrt{\left(1 + \frac{3\sqrt{3}Cos2\alpha}{4\pi}\right)}\text{............................(3.25)}$$

Para ángulos de conmutación mayores a 30º, se obtienen las siguientes formas de onda:

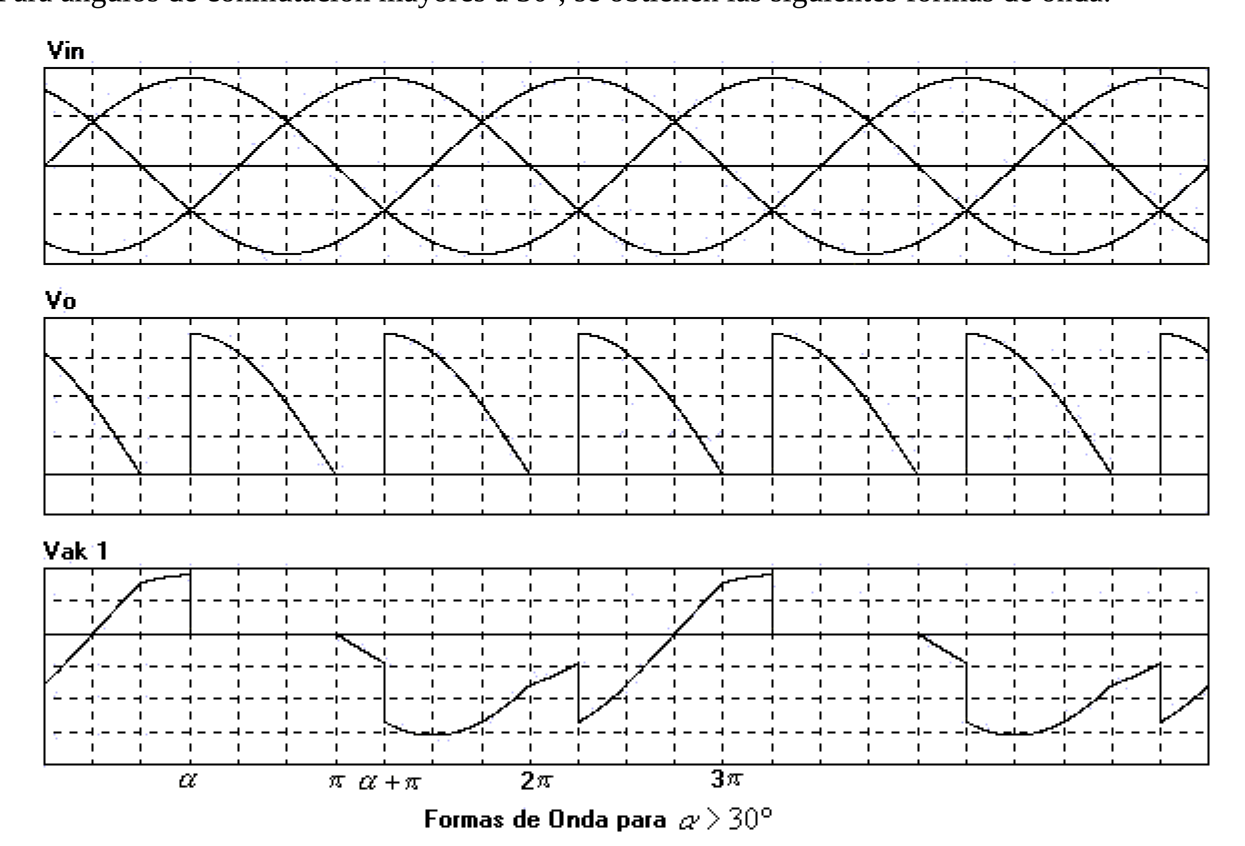


Figura 3.20

Cálculo de Vdc con α > 30º

$$Vdc = \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{2\pi}\left(-Cos\,wt \quad\right)_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi}$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{2\pi}\left(-Cos\,\pi \quad + Cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right)$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{4\pi}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}Cos\alpha - \frac{1}{2}Sen\alpha\right)$$

$$Vdc = 0.3376Vfn\,rms \quad \left(2+\sqrt{3}Cos\alpha - Sen\alpha\right)..................(3.26)$$

Cálculo de Vrms con α > 30º

$$Vrms^2 = \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi} Vm^2Sen^2\,wt \quad dwt$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{2\pi}\left(\frac{wt}{2}-\frac{Sen2wt}{4}\right)_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi}$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{Sen2\pi}{4}-\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2}+\frac{Sen2\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)}{4}\right)$$

$$Vrms^2 = \sqrt{\frac{3Vm^2}{24\pi}\left(5\pi-6\alpha+\frac{3\sqrt{3}}{2}Cos2\alpha+\frac{3}{2}Sen2\alpha\right)}$$

$$Vrms = Vfn\,rms \quad \sqrt{\frac{1}{4\pi}\left(5\pi-6\alpha+\frac{3\sqrt{3}}{2}Cos2\alpha+\frac{3}{2}Sen2\alpha\right)}.............(3.27)$$

Ejemplo 3.4

Se tiene un rectificador Trifásico de media onda cuyo ángulo de conmutación es 30º, el rectificador es alimentado por una red trifásica de 440VLL rms, si la carga es resistiva de 7 Ω, calcule:

a) Voltaje medio en la carga
b) Corriente efectiva de entrada.
c) Factor de potencia del sistema
d) Espectro armónico de corriente en la entrada del convertidor.

Solución:

a) Ya que el ángulo es 30º, el Vdc se puede calcular con la siguiente expresión:

$$Vdc = 1.1695\frac{440}{\sqrt{3}} \quad * Cos30$$

$$Vdc = 257.29(v)$$

b) La corriente de entrada en cada línea tiene la siguiente forma de onda:

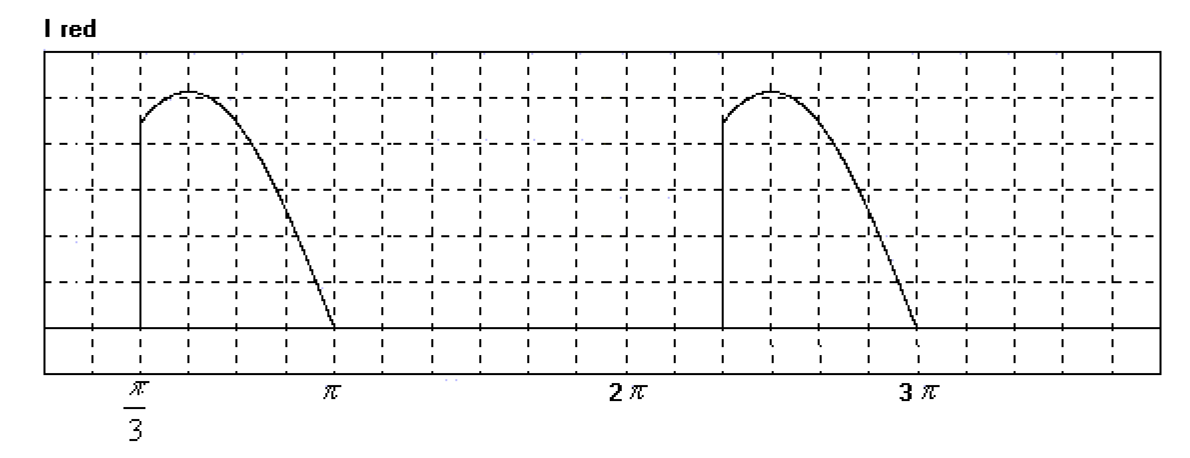


Figura 3.21

Dado que la corriente de carga tiene la misma forma que el voltaje aplicado a ella, entonces se sabe que:

$$Irms = \frac{Vrms}{R}$$

$$Irms\,c\arg a = \frac{440}{7\sqrt{3}}\sqrt{\left(1 + \frac{3\sqrt{3}Cos(2*30)}{4\pi}\right)}$$

$$Irms\,c\arg a = 30.85(A)$$

Dado que el área que abarca la corriente de entrada es un tercio la corriente de la carga, se puede deducir rápidamente una expresión para la corriente de entrada.

$$Irms\,out = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt}$$

$$Irms\,in = \sqrt{\frac{1}{3} * \frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)}$$

$$Irms\,in = \frac{Irms\,out}{\sqrt{3}}$$

$$Irms\,in = \frac{30.85}{\sqrt{3}} = 23(A)$$

c) El Factor de potencia se calcula fácilmente con todos los datos previos:

$$FP = \frac{30.85^2 * 7}{\sqrt{3} * 440 * 23}$$

$$FP = 0.634$$

d) Para determinar el espectro armónico de la corriente, necesitamos calcular los coeficientes de Fourier:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{440\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}\, Sen\, wt \quad dwt$$

$$a_0 = 12.25$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{440\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}\, Sen\, wt \quad Cos\, nwt \quad dwt$$

Integrando y evaluando para $n = 1, n = 2, etc$

$$a_1 = -6.1258$$

$$a_2 = -12.25$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{440\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}\, Sen\, wt \quad Sen\, nwt \quad dwt$$

Integrando y evaluando para $n = 1, n = 2, etc$

$$b_1 = 20.64$$

$$b_2 = -7.073$$

Luego :

$$c_1 = \sqrt{(-6.1258)^2 + 20.64^2}$$

$$c_1 = 21.53$$

$$c_2 = \sqrt{(-12.25)^2 + (-7.073)^2}$$

$$c_2 = 14.147$$

El espectro armónico quedará de la siguiente forma:

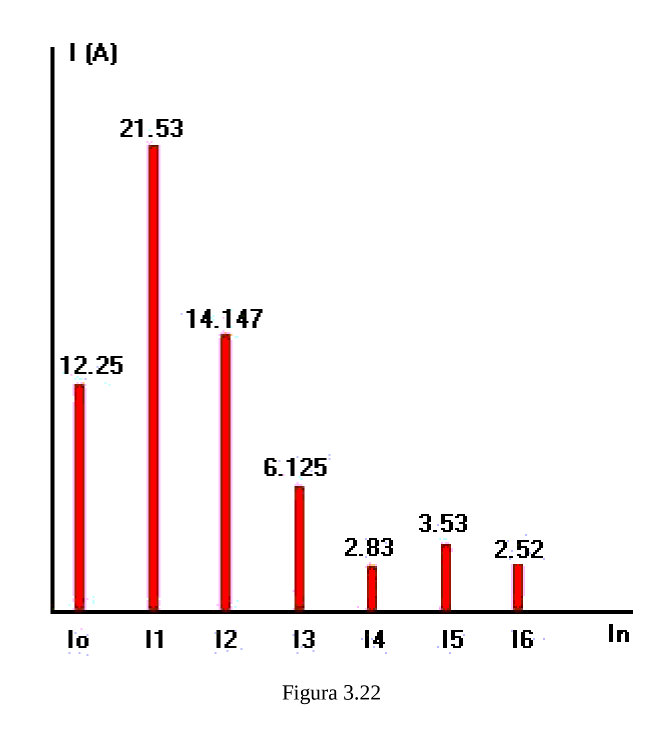


Figura 3.22

3.5.2 Análisis con carga altamente inductiva

A diferencia del estudio realizado para esta configuración carga resistiva, con carga altamente inductiva el voltaje en la carga tiene una forma diferente debido a la conducción forzada de los SCR. Ahora el voltaje efectivo y voltaje medio es la carga estarán dados por una expresión general en función de α, sin importar si el ángulo de conmutación es mayor o menor a 30º.

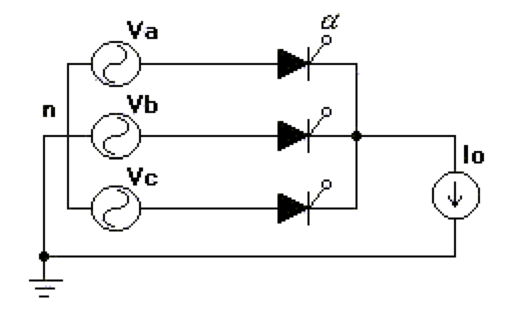


Figura 3.23

Para cargas altamente inductivas, el voltaje medio en la carga se calcula por:

$$Vdc = 1.1695 Vfn\,rms \quad * Cos\alpha \text{.........}(3.28)$$

Esta expresión es válida para todo α.

Con este tipo de carga el convertidor puede trabajar también en modo inversor (α >90º).

La forma de onda de voltaje en la carga para diversos ángulos típicos de conmutación se grafican a continuación:

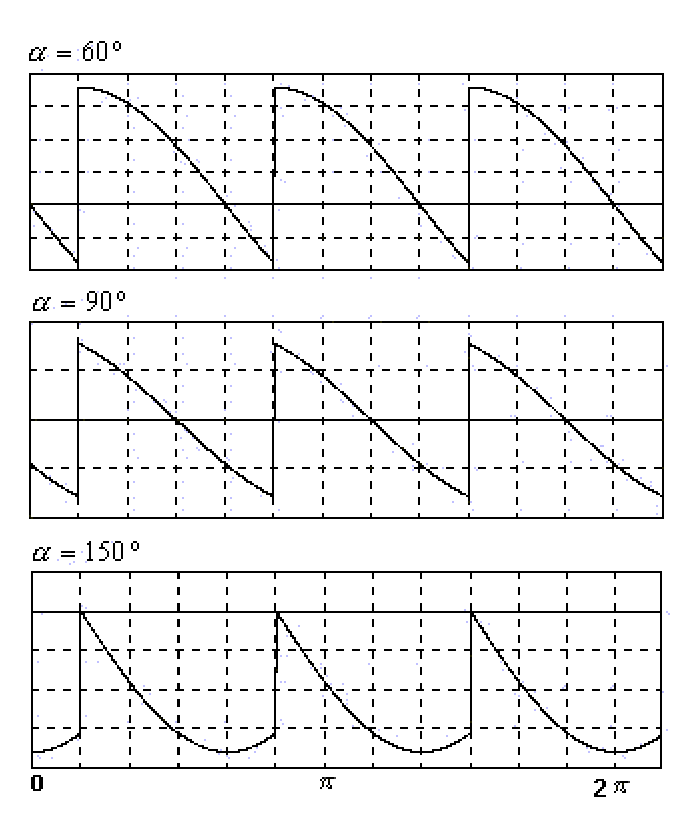


Figura 3.24

La expresión válida para calcular voltaje efectivo en la carga es la misma calculada en el caso de carga resistiva cuando el ángulo era inferior a 30º

$$Vrms = Vfn\,rms \quad \sqrt{\left(1 + \frac{3\sqrt{3}Cos2\alpha}{4\pi}\right)} \text{.........................}(3.29)$$

La corriente en la carga cuando se alimenta un consumo inductivo tiende a tener un valor continuo y las componentes armónicas de corriente son filtradas por la inductancia de la carga.

A continuación se muestra la corriente en la carga y la corriente en cada línea de la red de alimentación

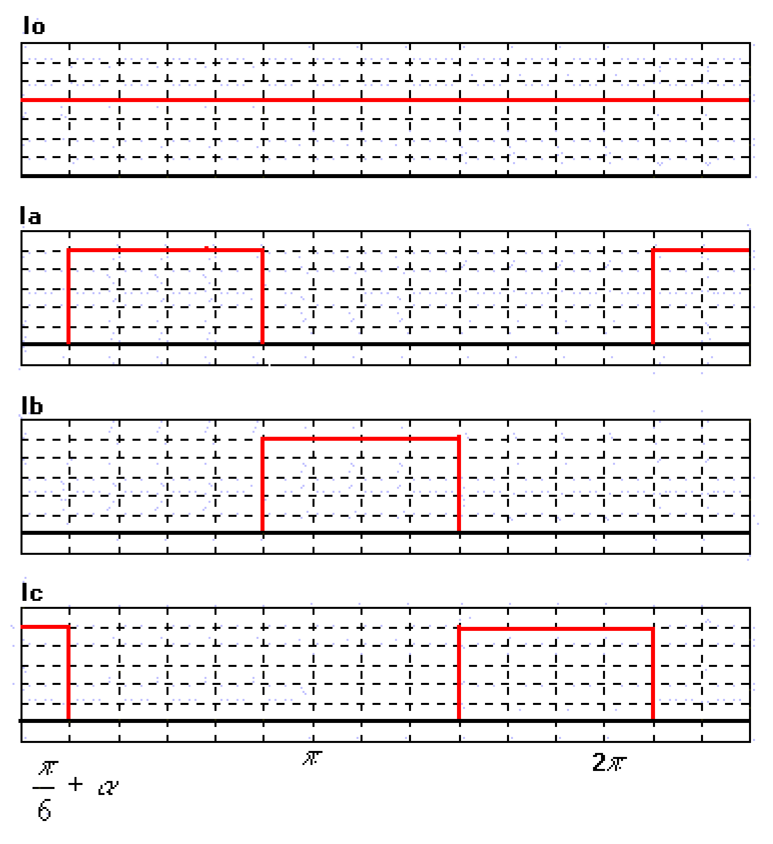


Figura 3.25

Para determinar el valor efectivo de corriente en la entrada del convertidor, integramos la señal de corriente de una fase:

$$Irms\,in = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha} Io^2 dwt}$$

$$Irms\,in = \sqrt{\frac{Io^2}{2\pi}\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\frac{\pi}{6}-\alpha\right)}$$

$$Irms\,in = \frac{Io}{\sqrt{3}} \qquad (3.30)$$

La expresión de Irms de entrada es lógica, ya que cada SCR conduce por un lapso de 120º y el área de cada señal de corriente en la línea es un tercio el área de la corriente en la carga, además la corriente efectiva de entrada no depende de α, ya que el ángulo de conmutación sólo desplaza la señal pero no modifica su forma de onda.

Armónicos en el Convertidor

La siguiente tabla nos sirve para calcular los voltajes armónicos que aparecen en la salida del convertidor analizado. Para ciertos ángulos típicos de conmutación se puede calcular fácilmente multiplicando el valor de tensión rms de entrada al rectificador por el valor de tabla. Para ángulos distintos a los tabulados se podría interpolar y obtener un valor para el armónico deseado, pero teniendo en cuenta que siempre existirá en dicho caso un margen de error a considerar.

Tabla 3.2 Armónicos de voltaje en convertidor trifásico de media onda

α	Vo	V3	V6	V8	V12	V15	V18
0	0.672	0.168	0.0386	0.0168	0.00943	0.00605	0.00418
15	0.649	0.209	0.0705	0.0424	0.0306	0.024	0.0198
30	0.582	0.292	0.12	0.0772	0.057	0.0454	0.0378
45	0.475	0.377	0.166	0.108	0.0803	0.064	0.053
60	0.278	0.446	0.2015	0.1318	0.09816	0.0783	0.06523
75	0.1728	0.491	0.224	0.1468	0.1094	0.0873	0.0727
90	0	0.5064	0.2316	0.1519	0.1132	0.09043	0.07529

Vn = Valor de tabla * VLL rms de entrada

Ejemplo 3.5

Un rectificador trifásico de media onda es alimentado desde una red de 380VLL rms, con una frecuencia de 50Hz y alimenta una carga inductiva de 15 (A), si el ángulo de conmutación $\alpha = 60º$, determine:

a) Voltaje rms en la carga
b) Espectro armónico de la corriente de entrada

Solución:

a) El valor rms de tensión obtenido en la carga puede ser fácilmente obtenido utilizando la expresión calculada para este propósito:

$$Vrms = \frac{380}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(1 + \frac{3\sqrt{3}Cos(2 * 60)}{4\pi}\right)}$$

$$Vrms = 195.4(\text{v})$$

Si calculamos la tensión efectiva calculando los armónicos de voltaje que nos entrega la tabla podremos comparar ambos resultados.

$$V_0 = 380 * 0.337 = 128$$
$$V_3 = 380 * 0.446 = 169.48$$
$$V_6 = 380 * 0.2015 = 76.57$$
$$V_9 = 380 * 0.1318 = 50.084$$
$$V_{12} = 380 * 0.09816 = 37.3$$
$$V_{15} = 380 * 0.0783 = 29.754$$
$$V_{18} = 380 * 0.0652 = 24.776$$
$$Vrms \approx \sqrt{128^2 + \frac{169.48^2}{2} + \frac{76.57^2}{2} + \frac{50.084^2}{2} + \frac{37.3^2}{2} + \frac{29.754^2}{2} + \frac{24.776^2}{2}}$$
$$Vrms \approx 190.72$$

Se aprecia una diferencia considerable al comparar ambos valores ya que los armónicos de mayor frecuencia son cada vez más significativos cuando se trabaja con un ángulo de conmutación grande.

b) .La corriente obtenida en la entrada del rectificadores graficó en la figura 8

Los coeficientes de Fourier se calculan integrando las siguientes expresiones:

$$Idc = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6+\pi/3}^{5\pi/6+\pi/3} 15dwt$$

$$Idc = 5(A)$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi} \int_{\pi/6+\pi/3}^{5\pi/6+\pi/3} 15\, Cos\; nwt \quad dwt$$

$$a_1 = -7.16$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi} \int_{\pi/6+\pi/3}^{5\pi/6+\pi/3} 15\, Sen\; nwt \quad dwt$$

$$b_1 = 4.139$$

$$c_1 = \sqrt{(-7.16)^2 + 4.139^2}$$

$$c_1 = 8.27$$

De la misma forma se repite el cálculo para n = 2, n = 3, etc.

Con los valores calculados el espectro armónico para la corriente nos queda de la siguiente forma:

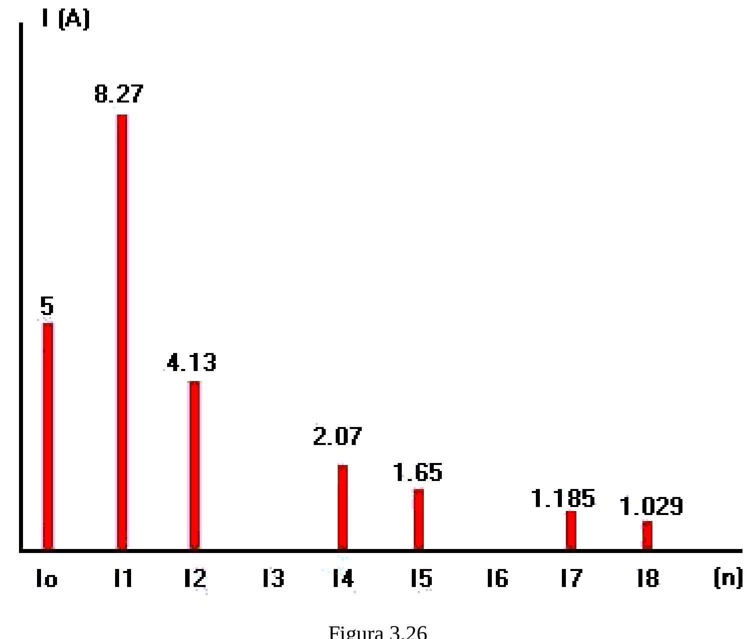


Figura 3.26

3.6 Rectificador controlado tipo puente Graetz

3.6.1 Análisis para carga tipo R

Para el rectificador de seis pulsos se deben calcular dos expresiones para representar el voltaje medio y efectivo en la salida del rectificador ya que para ángulos de conmutación mayor a 60º , la señal de tensión tiene una característica distinta a la obtenida cuando el ángulo de disparo en los SCR es menor a 60º.

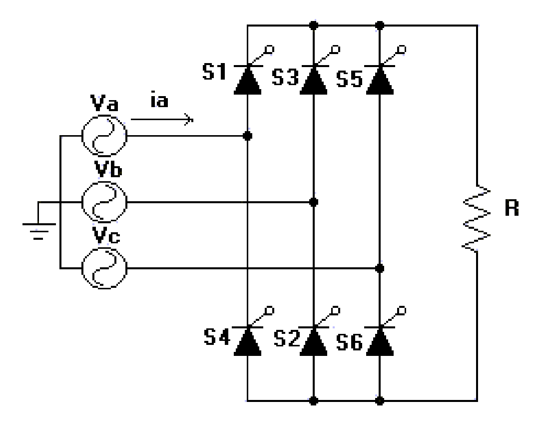


Figura 3.27

Cuando la carga es resistiva, no se produce la conducción forzada de los diodos y por esta razón la tensión de salida nunca adopta valores negativos, siendo el ángulo180 el límite para la señal de voltaje, aunque el ángulo sea mayor a 90º.A continuación se muestran las formas de onda obtenidas en la carga para diversos ángulos de conmutación:

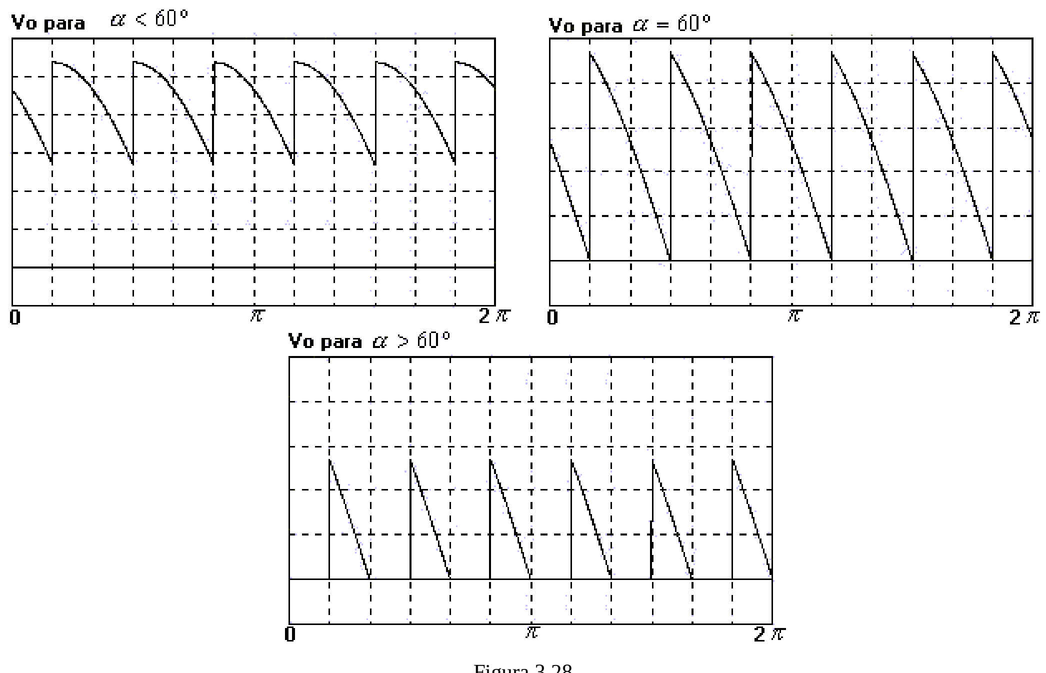


Figura 3.28

Análisis cuando α<60º

Dado que el rectificador es de seis pulsos, el período es de 60º, además la tensión que se refleja en la carga, es la tensión entre líneas en la entrada del rectificador.

Cálculo de Vdc

$$Vdc = \frac{1}{\pi/3}\int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(-Cos\,wt \quad\right)_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha}$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(-Cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right) \quad +Cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)\right)$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(\frac{1}{2}Cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}Sen\alpha+\frac{1}{2}Cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}Sen\alpha\right)$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}Cos\alpha$$

$$Vdc = 1.35V_{LL}rms * Cos\alpha..........................(3.31)$$

$$Vdc = 2.34V_{fn}rms * Cos\alpha..........................(3.32)$$

El valor efectivo de la señal se calcula:

$$Vrms^2 = \frac{1}{\pi/3}\int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} Vm^2Sen^2\,wt \quad dwt$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{\pi}\left(\frac{wt}{2}-\frac{Sen\,2wt}{4}\right)_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha}$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{\pi}\left(\frac{2\pi}{6}+\frac{\alpha}{2}-\frac{Sen\left(\frac{4\pi}{3}+2\alpha\right)}{4}-\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}+\frac{Sen\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)}{4}\right)$$

$$Vrms^2 = \frac{Vm^2}{4\pi}\left(2\pi + 3\sqrt{3}Cos(2\alpha)\right)$$

$$Vrms = \frac{Vm}{2}\sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}Cos(2\alpha)}{\pi}} \text{....................(3.33)}$$

Análisis cuando $\alpha > 60^{o}$

Cálculo de Vdc:

$$Vdc = \frac{1}{\pi/3}\int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\pi} VmSen\,wt \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(-Cos\,wt \quad\right)_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\pi}$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(-Cos\pi + Cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)\right)$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(1 + Cos\frac{\pi}{3}Cos\alpha - Sen\frac{\pi}{3}Sen\alpha\right)$$

$$Vdc = \frac{3Vm}{\pi}\left(1 + \frac{1}{2}Cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}Sen\alpha\right)$$

$$Vdc = 1.35V_{LL}rms\left(1 + \frac{1}{2}Cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}Sen\alpha\right)$$

$$Vdc = 2.34V_{fn}rms\left(1 + \frac{1}{2}Cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}Sen\alpha\right) \text{.............(3.34)}$$

Cálculo de Vrms:

$$Vrms^2 = \frac{1}{\pi/3}\int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\pi} Vm^2Sen^2\,wt \quad dwt$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{\pi}\left(\frac{wt}{2} - \frac{Sen\,2wt}{4}\right)_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\pi}$$

$$Vrms^2 = \frac{3Vm^2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{Sen2\pi}{4} - \frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2} + \frac{Sen\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)}{4}\right)$$

$$Vrms^2 = \frac{Vm^2}{4\pi}\left(4\pi - 6\alpha + \frac{3\sqrt{3}}{2}Cos2\alpha - \frac{3}{2}Sen2\alpha\right)$$

$$Vrms = Vm\sqrt{1 - \frac{3\alpha}{2\pi} + \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}Cos2\alpha - \frac{3}{8\pi}Sen2\alpha} \text{......................}(3.35)$$

Para una carga netamente resistiva la corriente tiene la misma forma de onda que el voltaje, en la entrada del convertidor se tendrán tres señales de corriente alternas desfasadas 120º entre sí, correspondiendo a la corriente de carga distribuida en las tres líneas de alimentación.

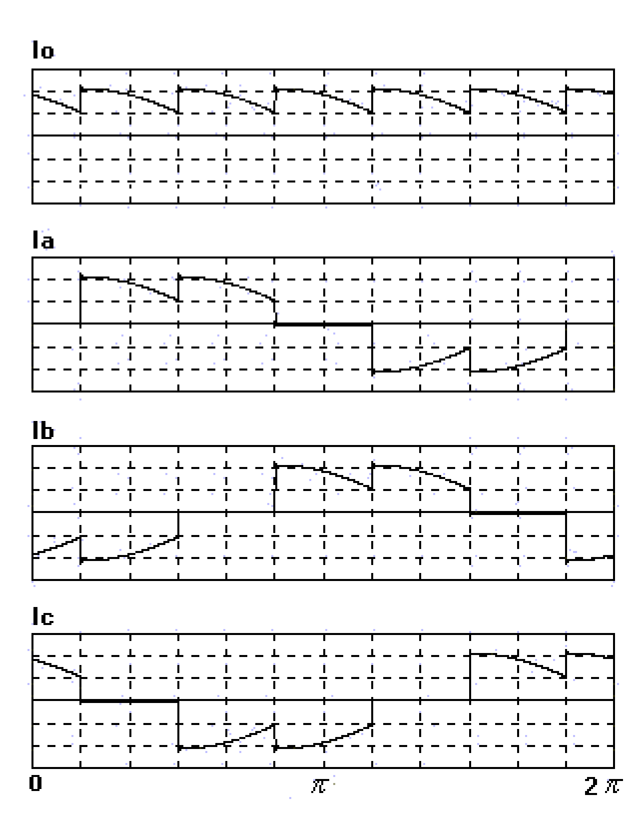


Figura 3.29

Dado que el área que abarca cada señal de corriente en la entrada del convertidor es dos tercios del área involucrada en la señal de corriente en la carga, podemos obtener el valor efectivo de la señal integrando a partir del valor efectivo de corriente en la carga.

$$Irms\,out = \frac{V\,rms\quad out}{R}$$

$$Irms\,in = \sqrt{\frac{2}{3}}Irms\,out \quad ....(3.36)$$

Ejemplo 3.6

Se tiene un rectificador controlado de seis pulsos alimentando una carga resistiva como muestra la figura 1, si la carga es de 5Ω y alimentado desde una red trifásica de $380V_{LL}rms$, si $\alpha = 35^{o}$ calcule:

a) Voltaje medio en la salida del convertidor
b) Corriente eficaz en la carga
c) Factor de potencia del sistema
d) Repita a), b) y c) para un $\alpha = 70^{o}$

Solución:

a) Dado que el ángulo de conmutación es menor a 60º, se aplica la primera expresión determinada:

$$Vdc = 1.35 * 380 * Cos35$$
$$Vdc = 420.225(v)$$

La tensión de CC obtenida en esta configuración es bastante elevada en comparación con otros rectificadores.

b) Para calcular la corriente efectiva en la carga, primero calculamos el voltaje rms.

$$Vrms = \frac{380\sqrt{2}}{2}\sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}Cos(2 * 35)}{\pi}}$$
$$Vrms = 430.4(v)$$
$$Irms = \frac{430.4}{5}$$
$$Irms = 86(A)$$

c) La potencia activa la podemos determinar con los valores calculados anteriormente:

$$P = Irms^2 * R$$
$$P = 86^2 * 5$$
$$P = 36.98kW$$
$$I\ rms\quad in = \sqrt{\frac{2}{3}} * 86 = 70.218(A)$$
$$FP = \frac{36.98kW}{\sqrt{3} * 380 * 70.218}$$
$$FP = 0.8$$

d) Cuando el ángulo de conmutación es mayor a 60º, la expresión de Vdc cambia.

$$Vdc = 1.35 * 380\left(1 + \frac{1}{2}Cos70 - \frac{\sqrt{3}}{2}Sen70\right)$$
$$Vdc = 183.25(v)$$

La corriente efectiva en la carga en este caso se calcula:

$$Vrms = 380\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{3 * 1.2217}{2\pi} + \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}Cos(2 * 70) - \frac{3}{8\pi}Sen(2 * 70)}$$
$$Vrms = 229.017(v)$$
$$Irms = \frac{229.017}{5}$$
$$Irms = 45.8(A)$$

El factor de potencia en este caso será:

$$P = Irms^2 * R$$

$$P = 45.8^2 * 5$$

$$P = 10.448kW$$

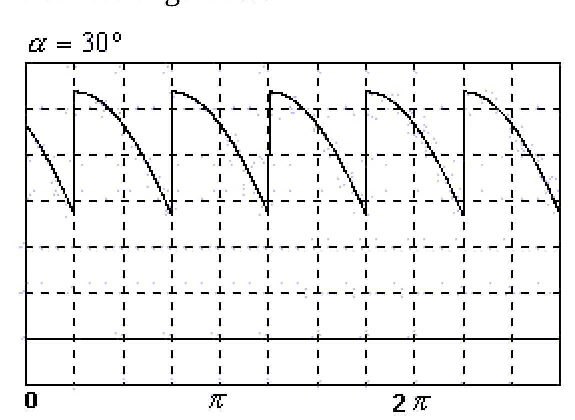
$$I\,rms \quad in = \sqrt{\frac{2}{3}} * 45.8 = 37.395(A)$$

$$FP = \frac{10.448kW}{\sqrt{3} * 380 * 37.395}$$

$$FP = 0.426$$

3.6.2 Análisis para carga altamente inductiva

Dado que este tipo de carga produce la conmutación forzada de los SCR, el voltaje obtenido podrá ser de polaridad positiva o negativa, según se controlen los pulsos de disparo a los tiristores. A continuación se muestra la forma de onda de voltaje en la salida del convertidor para distintos ángulos α.



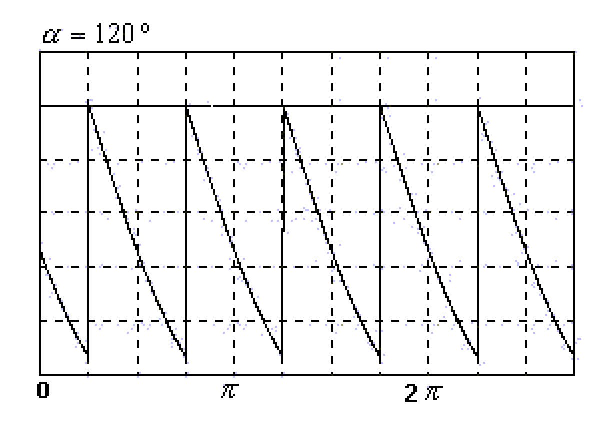
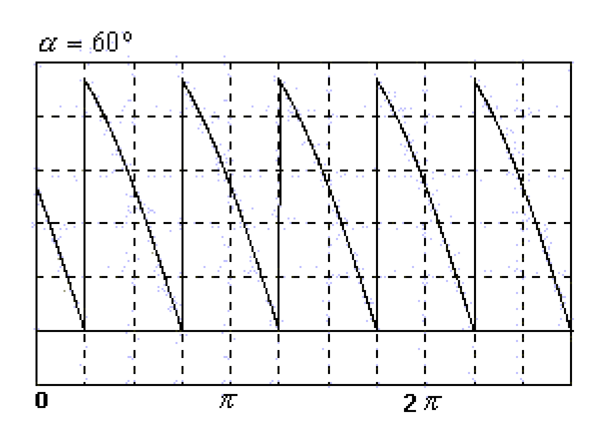


Figura 3.30



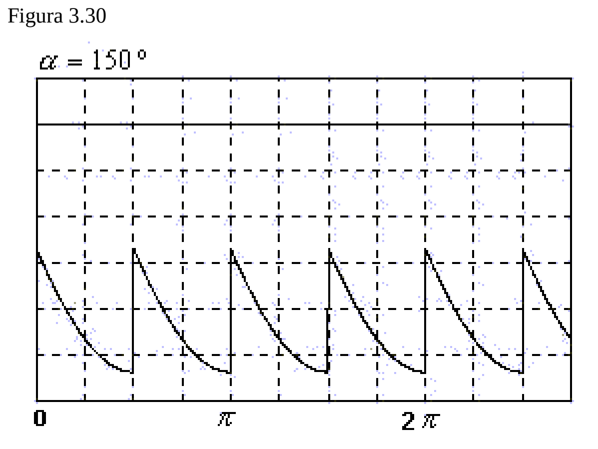


Figura 3.31

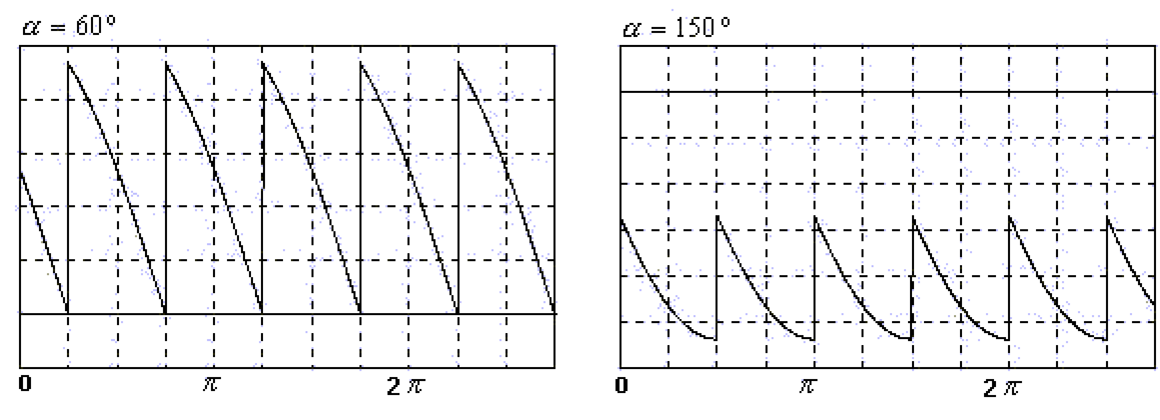


Figura 3.32

Para cualquiera de estos casos, la expresión necesaria para calcular el voltaje medio en la salida del rectificador, corresponde a la calculada con anterioridad para carga resistiva con α <60º.

$$Vdc = 1.35V_{LL}rms * Cos\alpha ....(3.37)$$
$$Vdc = 2.34V_{fn}rms * Cos\alpha ....(3.38)$$

Debido a que para ángulos de conmutación mayores a 60º, la señal de voltaje de salida atraviesa el origen y existe una porción de área que aparece en el lado negativo, el valor de Vdc se reduce. Dado que el voltaje medio está en función de coseno, Vdc será negativo para un α >90º.

La corriente de entrada se muestra a continuación junto a los voltajes de la red trifásica.

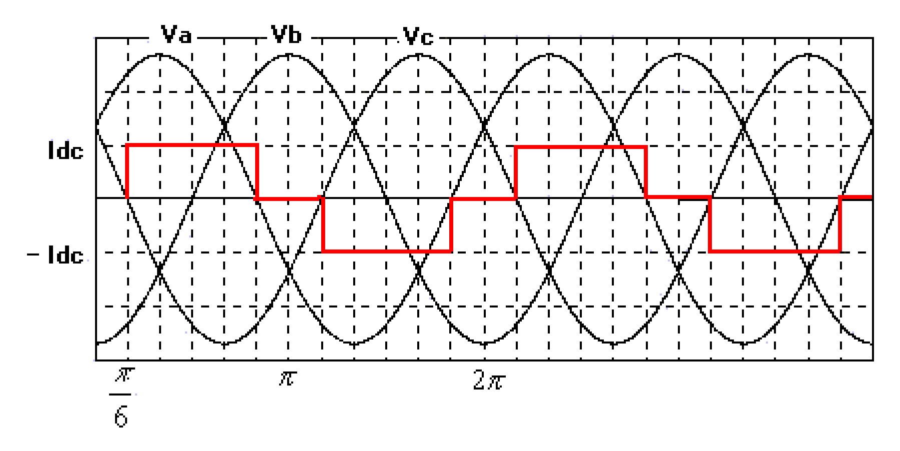


Figura 3.33

Cálculo de Factor de Potencia

El factor de potencia se calcula obteniendo la potencia activa consumida por la carga, estableciendo el producto entre Voltaje medio y la corriente de carga. La potencia aparente en el sistema trifásico será calculada con los valores efectivos de voltaje y corriente de línea.

$$P = Vdc * Idc = 1.35 V_{LL} rms Cos\alpha * Idc$$

$$S = \sqrt{3} V_{LL} rms * I_L rms = \sqrt{3} V_{LL} rms * \sqrt{\frac{2}{3}} Idc$$

$$FP = \frac{1.35 V_{LL} rms Cos\alpha * Idc}{\sqrt{3} V_{LL} rms * \sqrt{\frac{2}{3}} Idc}$$

$$FP = 0.9549 Cos\alpha .... (3.39)$$

Mientras mayor sea el ángulo de conmutación, menor será el factor de potencia del sistema, ya que se recorta la señal de voltaje y se le agrega así más distorsión a las señales obtenidas.

Análisis de armónicos para voltaje y corriente

Comenzaremos analizando el voltaje obtenido en la salida del convertidor, para calcular los coeficientes de Fourier, integrando las siguientes expresiones:

$$a_n = \frac{2}{\pi/3} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} VmSen\, wt \quad Cos\, nwt \quad dwt .... (3.40)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi/3} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} VmSen\, wt \quad Sen\, nwt \quad dwt .... (3.41)$$

$$c_n = \sqrt{a_n{}^2 + b_n{}^2} .... (3.42)$$

Evaluar las expresiones integradas para n=6,12,18,24.... n=6k

Para resumir los valores obtenidos al integrar las expresiones anteriores, daremos una tabla con los valores de armónicos para ángulos típicos de conmutación.

Tabla 3.3

α	Vo	V6	V12	V18	V24	V30
0	1.35	0.077	0.0188	0.0083	0.00469	0.003
15	1.3	0.14	0.0612	0.0397	0.0294	0.0234
30	1.17	0.24	0.114	0.075	0.0564	0.045
45	0.955	0.3317	0.16	0.1065	0.0796	0.0637
60	0.676	0.4027	0.196	0.13	0.0975	0.078
75	0.35	0.447	0.218	0.145	0.1088	0.087
90	0	0.463	0.2265	0.15	0.1127	0.09014

$$V_n = Valor \quad tabla * V_{LL} rms$$

Ejemplo 3.7

Dibujar el espectro armónico para el voltaje en la carga y corriente de entrada en un rectificador de seis pulsos controlado con un ángulo $\alpha = 45^{o}$, la carga es altamente inductiva con una corriente continua de 50(A), la red de alimentación es de $380 V_{LL} rms$.

Solución:

Para el voltaje de salida se comienza calculando la componente de CC.

$$V_0 = 1.35 * 380 * Cos 45^{o}$$
$$V_0 = 362.745(v)$$

El resto de las componentes se calculan a continuación:

$$a_n = \frac{6}{\pi} \int_{\frac{7\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}} 380\sqrt{2} Sen\, wt \quad Cos\, nwt \quad dwt$$

$$a_n = 1026.36 \left(\frac{- Cos\, nwt \quad Cos\, wt \quad - nSen\, nwt \quad Sen\, wt}{1 - n^2} \right)_{\frac{7\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}}$$

$$Para \qquad n = 6$$

$$a_6 = 1026.36 * 0.1212$$

$$a_6 = 124.39$$

$$b_n = \frac{6}{\pi} \int_{\frac{7\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}} 380\sqrt{2} Sen\, wt \quad Sen\, nwt \quad dwt$$

$$b_n = 1026.36 \left(\frac{- Sen\, nwt \quad Cos\, wt \quad - nCos\, nwt \quad Sen\, wt}{1 - n^2} \right)_{\frac{7\pi}{12}}^{\frac{11\pi}{12}}$$

$$Para \qquad n = 6$$

$$b_6 = 1026.36 * 0.0202$$

$$b_6 = 20.76$$

$$c_6 = \sqrt{124.39^2 + 20.76^2}$$

$$c_6 = 126.11(v)$$

De la tabla se obtiene que: $V_6 = 0.3317 * 380 = 126.046(v)$

Evaluando de la misma forma para el resto de los armónico, se elabora el espectro de frecuencias graficado a continuación:

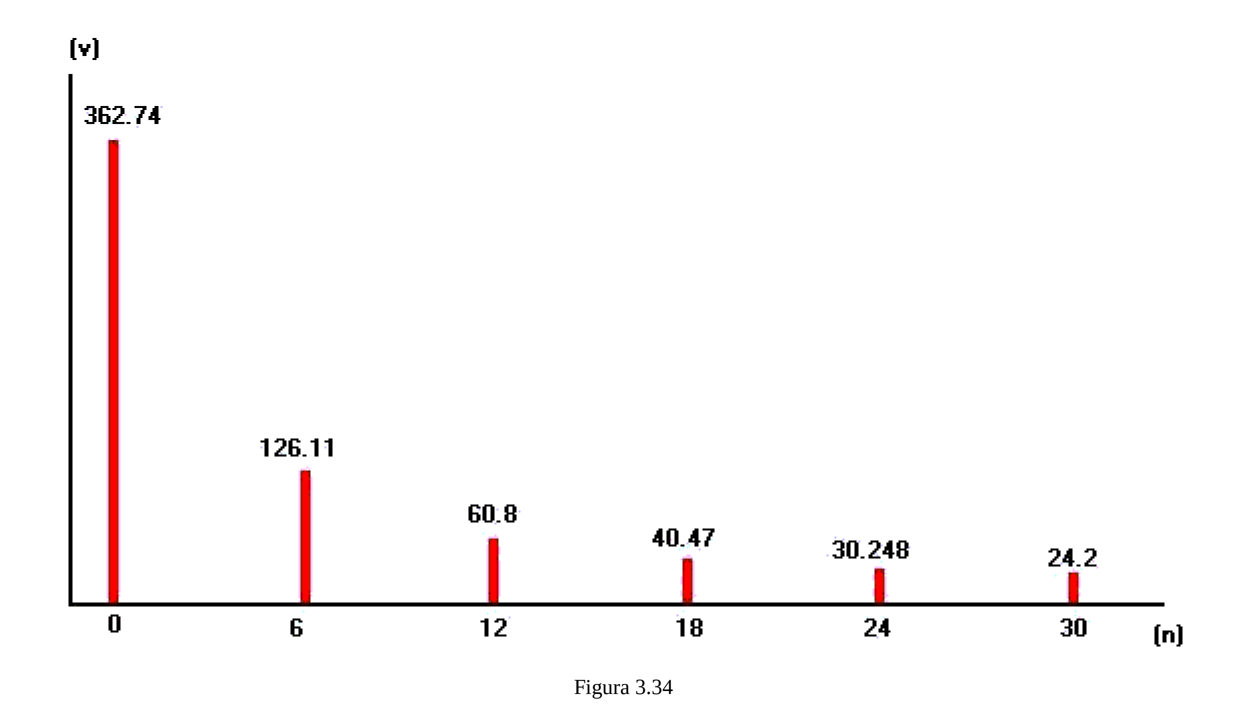


Figura 3.34

Calculemos el voltaje rms con los valores del espectro:

$$Vrms \approx \sqrt{362.74^2 + \frac{126^2}{2} + \frac{60.8^2}{2} + \frac{40.47^2}{2} + \frac{30.248^2}{2} + \frac{24.2^2}{2}}$$

$$Vrms \approx 378.068(v)$$

Calculando con la expresión de voltaje rms total.

$$Vrms = \frac{380\sqrt{2}}{2}\sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}Cos(2 * 45)}{\pi}}$$

$$Vrms = 380(v)$$

Para calcular determinar el espectro armónico ahora con la corriente de entrada, se establecen los límites de integración. La gráfica de la corriente en la entrada es:

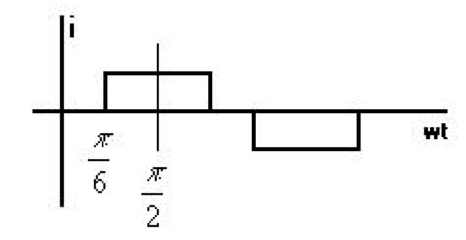


Figura 3.35

Dado que la señal de corriente es alterna y par:

$$a_0 = 0$$
$$a_n = 0$$

Por simetría de la señal se puede integrar de la siguiente forma:

$$b_n = 4\frac{2}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} IoSen\, nwt \quad dwt$$

$$b_n = \frac{8Io}{2\pi}\left(-Cos\, nwt \quad\right)_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$b_n = 1.273Io\left(-Cos\, n\frac{\pi}{2} \quad + Cos\, n\frac{\pi}{6} \quad\right) \text{..............(3.43)}$$

$$para \qquad n = 1$$

$$b_1 = 55.122$$

Evaluando para n = 1,5,7,11,13....

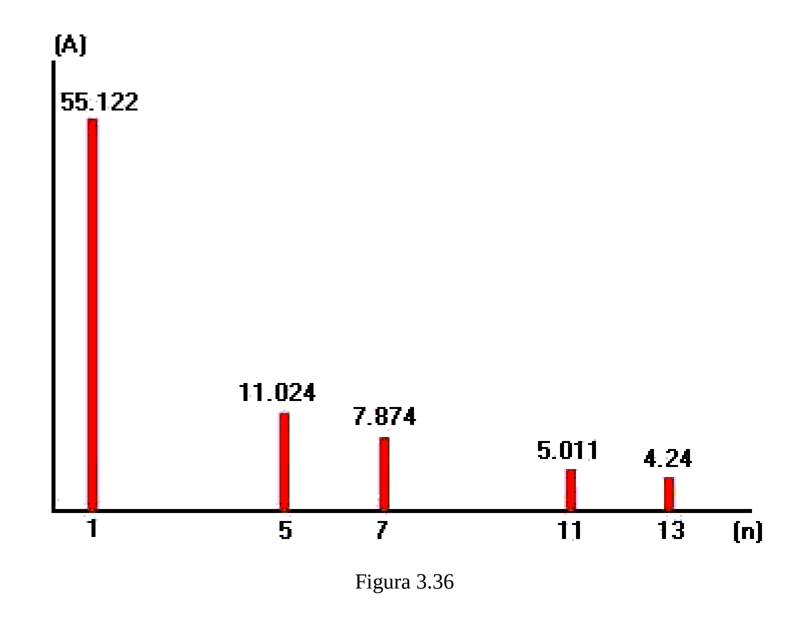


Figura 3.36

Con las componentes armónicas podemos calcular un valor aproximado para la corriente efectiva de entrada.

$$Irms \approx \sqrt{\frac{55.122^2}{2} + \frac{11.024^2}{2} + \frac{7.874^2}{2} + \frac{5.011^2}{2} + \frac{4.24^2}{2}}$$

$$Irms \approx 40.4(A)$$

La corriente efectiva total se calcula:

$$Irms = \sqrt{\frac{2}{3}} * 50 = 40.82(A)$$

3.7 Problemas Resueltos

Problema nº1

El siguiente rectificador controlado posee una carga altamente inductiva que funciona con un voltaje nominal de 75(v) y su consumo de potencia es de 1.5kW. Se alimenta desde una fuente senoidal de 110Vrms a 50 Hz. Para trabajar en condiciones nominales se pide determinar:

a) Ángulo de conmutación para los SCR.
b) Para el ángulo calculado dibuje Vo, Io y Is
c) Voltaje efectivo en la carga
d) Corriente efectiva en la entrada del convertidor
e) Factor de potencia del sistema.

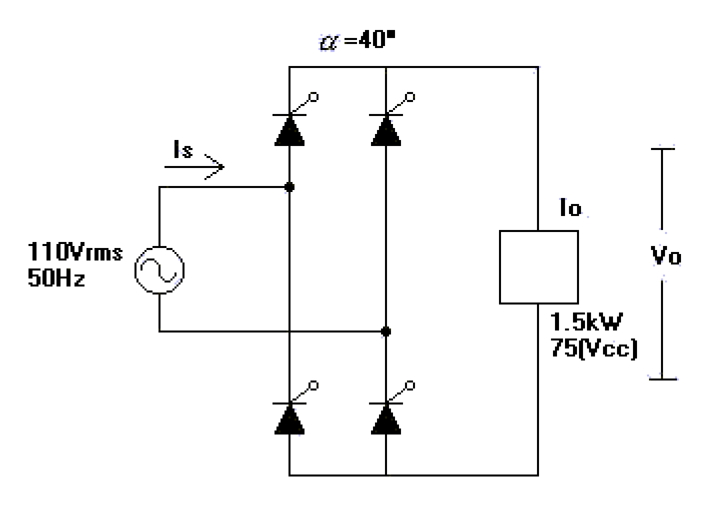


Figura 3.37

Solución:

a) Como el voltaje que debemos tener en la carga de 75 v, el cálculo de alfa se desarrolla:

$$75 = \frac{2 * 110 * \sqrt{2}}{\pi} Cos\alpha$$
$$0.7573 = Cos\alpha$$
$$\alpha = 40.77^{o}$$
$$\alpha \approx 40^{o}$$

b) La corriente de salida la calculamos como:

$$V * I = P$$
$$Io = \frac{1.5kW}{75v}$$
$$Io = 20(A)$$

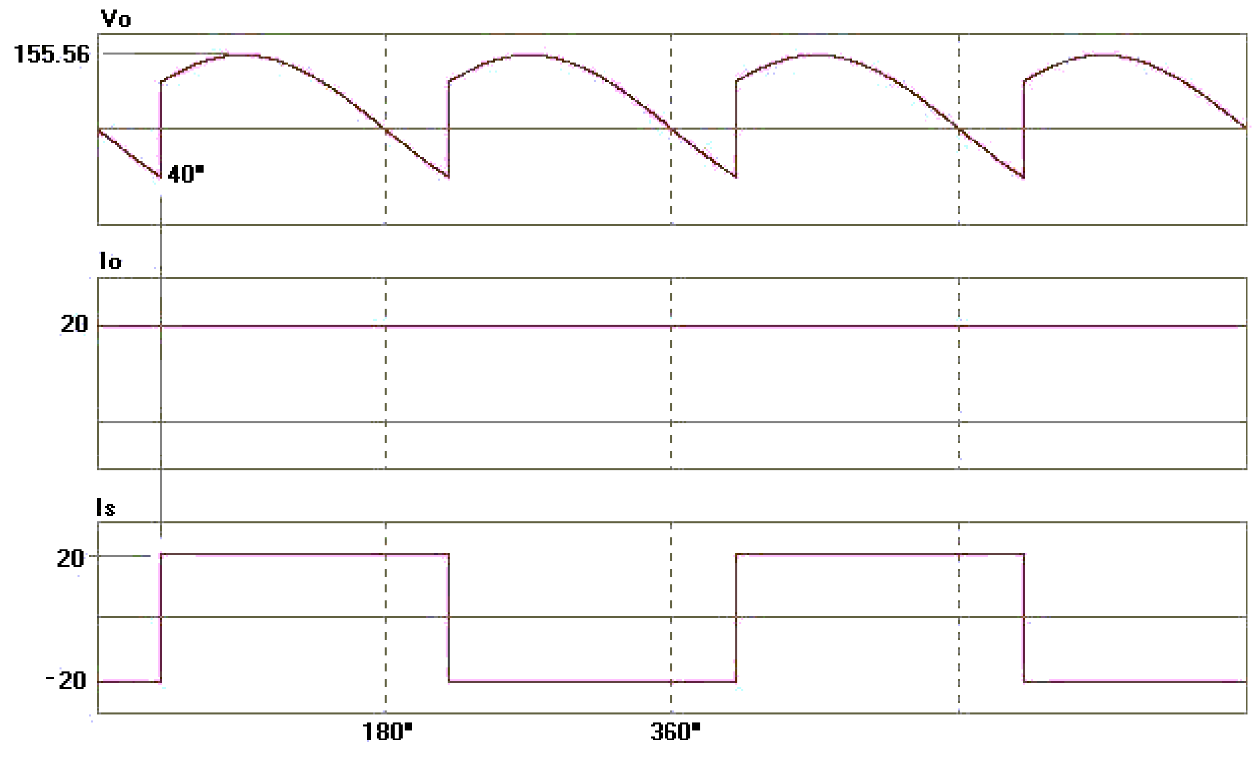


Figura 3.38

c) El voltaje efectivo en la carga se obtiene:

$$40^{o} = 0.7157rad$$
$$\pi + \alpha = 3.853rad$$
$$Vrms = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{0.7157}^{3.853}\left(\sqrt{2}\cdot 110\right)^{2} Sen^{2}wt \quad dwt}$$
$$Vrms = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}\cdot 110\right)^{2}}{\pi}1.57}$$
$$Vrms = 110(v)$$

El resultado es lógico, ya que si se observa la forma de onda de voltaje vemos que el área abarcada por la señal es la misma que en la señal de voltaje sinusoidal de entrada.

d) La corriente en la entrada tiene un valor efectivo de 20(A), ya que la señal de corriente en la entrada y en la salida posee la misma área, independiente de que una señal sea continua y la otra alterna.

e) El factor de potencia se obtiene:

$$P = 1.5kW$$
$$S = 110 * 20$$
$$S = 2200$$
$$FP = \frac{1500}{2200}$$
$$FP = 0.68$$

Problema nº2

Se tiene un rectificador controlado monofásico alimentado desde una fuente sinusoidal de 220Vrms, a través de un transformador reductor con polaridad aditiva.

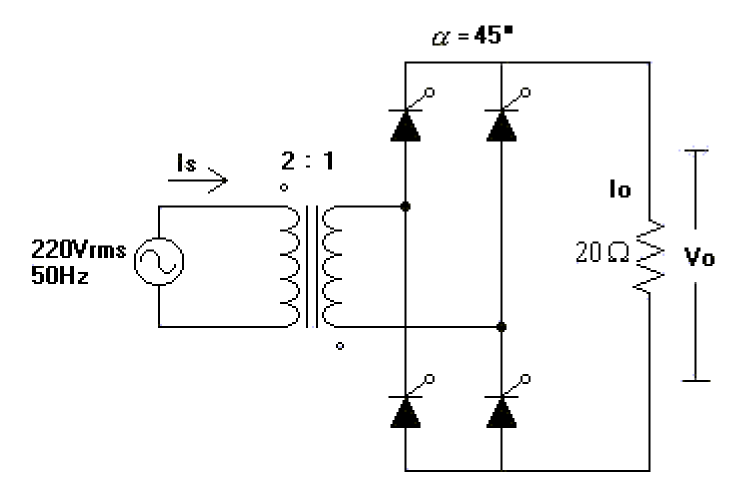


Figura 3.39

Si la carga es netamente resistiva de $20\,\Omega$, el ángulo de disparo para los SCR es de 45º y considerando que el transformador tiene características ideales.

Determine:

a) Voltaje medio en la carga.
b) Potencia activa en la carga
c) Forma de onda de Is y la corriente en el secundario del transformador.
d) THDI(%) en la entrada del sistema.

Solución:

a) Para obtener el Vdc en la carga, primero calculamos la tensión en secundario del transformador.

$$Vm = \frac{220 * \sqrt{2}}{2} = 110\sqrt{2}$$

$$Vdc = \frac{110\sqrt{2}}{\pi}(1 + Cos45)$$

$$Vdc = 84.53(v)$$

b) La potencia en la carga la tendremos calculando el voltaje efectivo en ella.

$$Vrms = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \frac{45}{180} + \frac{Sen(2 * 45)}{2\pi}}$$

$$Vrms = 104.88(v)$$

$$P = \frac{104.88^2}{20}$$

$$P = 550(w)$$

c) La corriente de entrada y en el secundario del transformador se muestra a continuación:

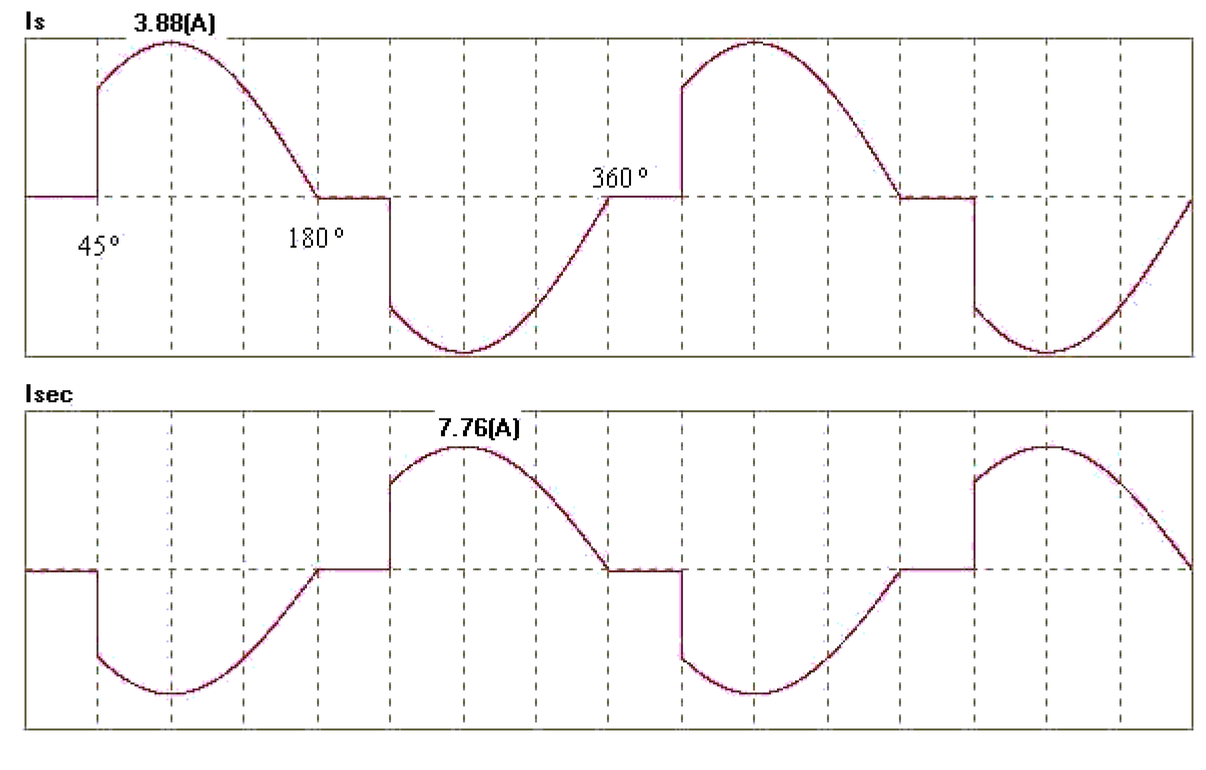


Figura 3.40

La corriente obtenida en la entrada del convertidor no sufre ningún cambio de forma debido a la polaridad del transformador, tampoco lo hace la señal presente en la carga, ya que los diodos son unidireccionales y sólo permiten el paso de corriente en un sentido. La polaridad del transformador no modifica entonces ni la carga ni la fuente de alimentación, sólo se obtiene un cambio de magnitud entre el primario y el lado secundario.

d) Para calcular THD, calculamos los coeficientes de Fourier para la señal de corriente.

$$Is\,rms = 2.622(A)$$
$$a_1 = \frac{2*2}{2\pi}\int_{0.78539}^{\pi} 3.88 Sen\,wt \quad Cos\,wt \quad dwt$$
$$a_1 = \frac{2*3.88}{\pi}\left(\frac{Sen^2 wt}{2}\right)_{0.78539}^{\pi}$$
$$a_1 = \frac{7.76}{\pi}(-0.25)$$
$$a_1 = -0.6175$$
$$b_1 = \frac{2*2}{2\pi}\int_{0.78539}^{\pi} 3.88 Sen\,wt \quad Sen\,wt \quad dwt$$
$$b_1 = \frac{2*3.88}{\pi}\left(\frac{wt}{2} - \frac{Sen^2 wt}{4}\right)_{0.78539}^{\pi}$$
$$b_1 = \frac{7.76}{\pi}(1.4273)$$
$$b_1 = 3.5255$$

$$c_1 = \sqrt{(-0.6175)^2 + 3.5255^2}$$
$$c_1 = 3.851$$

La componente efectiva de la fundamental de corriente es:

$$I_1 rms = \frac{3.851}{\sqrt{2}} = 2.5314$$
$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{2.622^2 - 2.5314^2}}{2.5314} * 100$$
$$THDI(\%) = 27\%$$

Problema nº3

Se tiene un rectificador monofásico semi-controlado que alimenta a una carga altamente inductiva de 25(A). La tensión presente en la fuente de alimentación es 500Sen314.15t, el ángulo de conmutación para los SCR es de 65º.

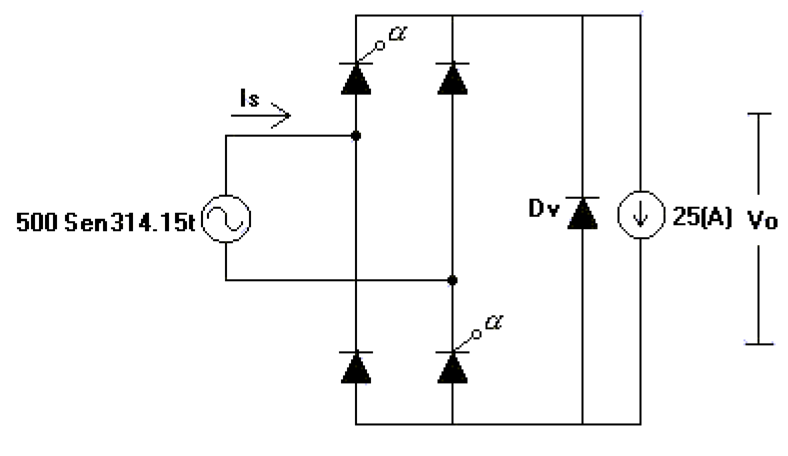


Figura 3.41

Se pide:

a) Forma de onda de Vo y de Is.
b) Voltaje medio en la carga
c) Factor de potencia del sistema
d) Espectro armónico para la corriente de entrada al rectificador.

Solución:

a) En el primer semiciclo no existe tensión en la salida mientras no se llegue a los 65º, en cambio en el segundo semiciclo la conducción de la pareja de diodos comenzará inmediatamente cuando estén polarizados en sentido directo.

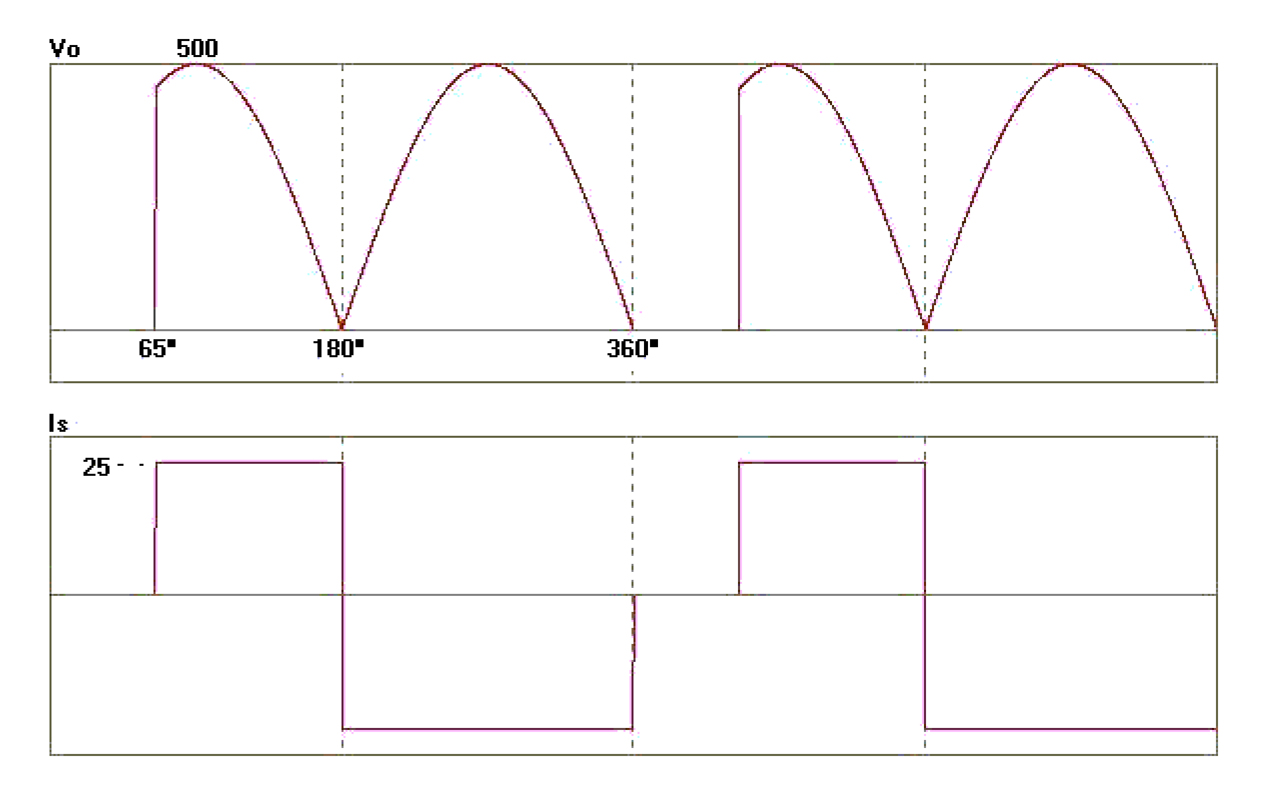


Figura 3.42

b) Para obtener el voltaje medio integramos las dos porciones de área de la señal.

$$65^o = 1.1344rad$$

$$Vdc = \frac{1}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 500Sen\,wt \quad dwt + \frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} 500Sen\left(wt+\pi\right) \quad dwt$$

$$Vdc = \frac{500}{2\pi}\left(1.4226 + 2\right)$$

$$Vdc = 272.36(v)$$

c) Para obtener el factor de potencia primero determinamos el valor de corriente efectiva en la entrada del rectificador.

$$Irms = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25^2dwt + \frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(-25)^2dwt}$$

$$Irms = \sqrt{\frac{25^2}{2\pi} * 5.148}$$

$$Irms = 22.63(A)$$

$$FP = \frac{25 * 272.5}{500 * 0.707 * 22.63} = 0.8513$$

d) El espectro armónico se obtiene calculando los coeficientes de Fourier.

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25dwt + \frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(-25)dwt$$
$$a_0 = -4.52$$

$$a_1 = \frac{2}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25Cos\,wt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -25Cos\,wt \quad dwt$$
$$a_1 = \frac{25}{\pi}(-0.90628) - \frac{25}{\pi}(0)$$
$$a_1 = -7.2119$$

$$b_1 = \frac{2}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25Sen\,wt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -25Sen\,wt \quad dwt$$
$$b_1 = \frac{25}{\pi}(1.4226) - \frac{25}{\pi}(-2)$$
$$b_1 = 27.236$$

$$c_1 = \sqrt{(-7.2119)^2 + 27.236^2}$$
$$c_1 = 28.17$$

$$a_2 = \frac{2}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25Cos\,2wt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -25Cos\,2wt \quad dwt$$
$$a_2 = \frac{25}{\pi}(-0.383) - \frac{25}{\pi}(0)$$
$$a_2 = -3.0478$$

$$b_2 = \frac{2}{2\pi}\int_{1.1344}^{\pi} 25Sen\,2wt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -25Sen\,2wt \quad dwt$$

$$b_2 = \frac{25}{\pi}(-0.8213) - \frac{25}{\pi}(0)$$

$$b_2 = -6.535$$

$$c_2 = \sqrt{(-3.0478)^2 + (-6.535)^2}$$

$$c_2 = 7.2$$

Calculando para el resto de las armónicas se obtiene:

$$c_3 = 5.428$$

$$c_4 = 3.07$$

$$c_5 = 6.13$$

$$c_6 = 0.65$$

$$c_7 = 3.52$$

$$c_8 = 1.95$$

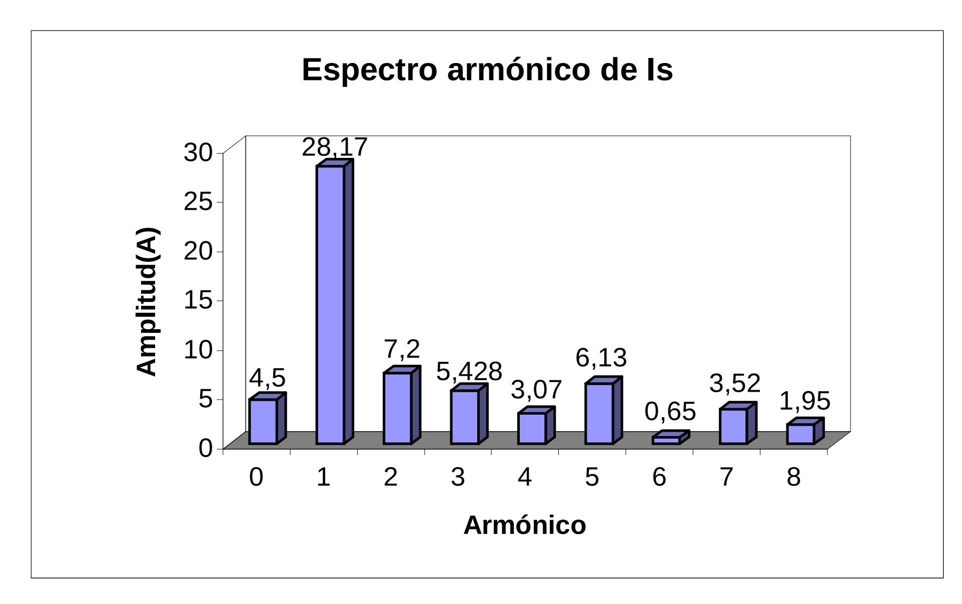


figura 3.43

La señal de corriente contiene una componente de CC que es indeseable en una red alterna.

Problema nº4

El circuito de la figura es un rectificador trifásico tipo puente semicontrolado, con una carga de corriente constante de 50(A), la red de alimentación tiene un voltaje entre líneas de 460Vrms a 50 Hz.

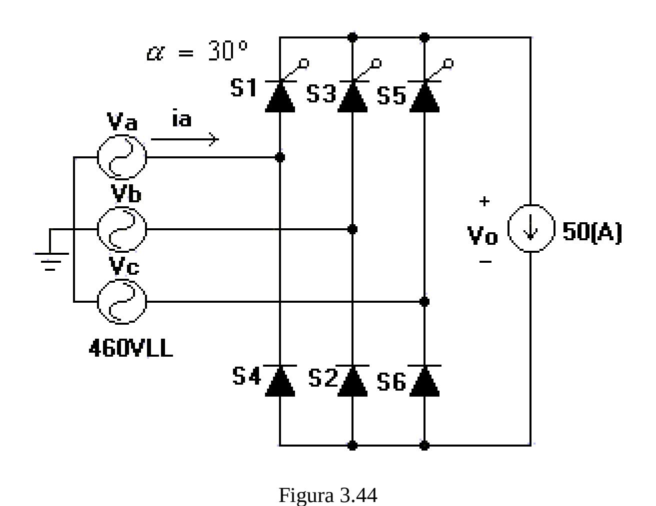


Figura 3.44

Para $\alpha = 30^o$, se pide determinar:

a) Forma de onda para el voltaje de salida y corriente en la fase a.
b) Calcule voltaje medio en la carga.
c) Espectro armónico y THDI(%) para Ia.
d) Factor de potencia del sistema

Solución:

a) En cada columna del puente existe sólo un elemento con la restricción de conducir después de los 30º, el otro elemento conducirá cuando sea polarizado en forma directa.

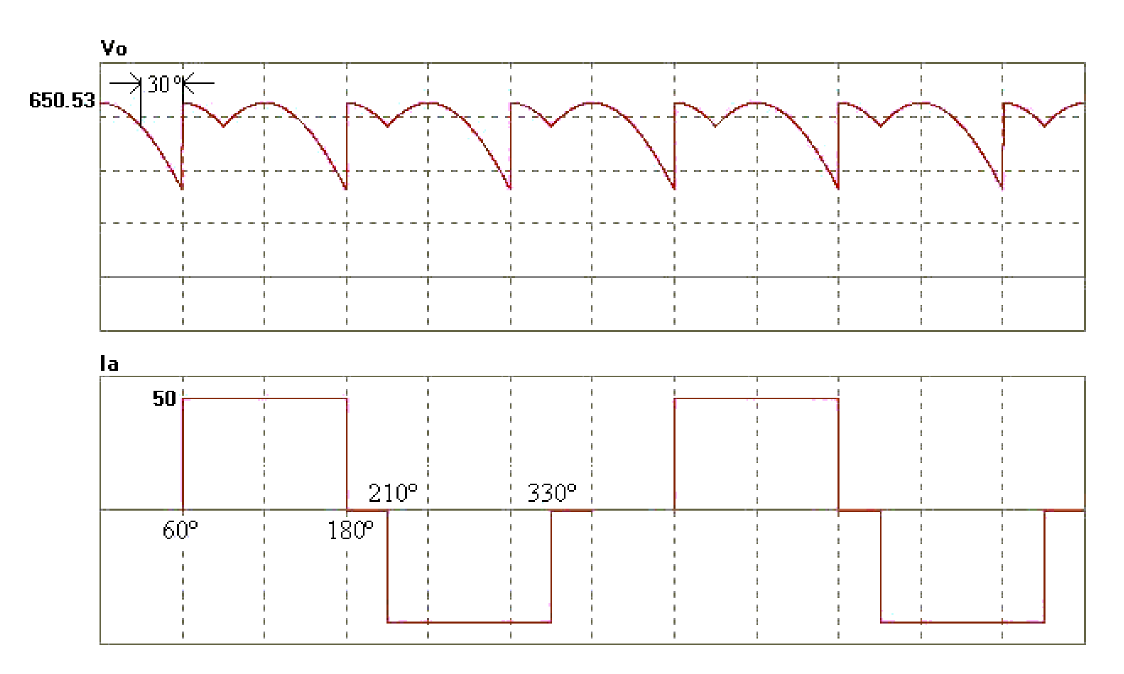


Figura 3.45

b) Para calcular el voltaje medio en la carga, integramos la señal en dos partes.

$$Vdc = \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 460\sqrt{2}Sen\left(wt + \frac{\pi}{6}\right)dwt + \frac{1}{2\pi/3}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 460\sqrt{2}Sen\left(wt - \frac{\pi}{6}\right)dwt$$

$$Vdc = \frac{3 * 460\sqrt{2}}{2\pi}(0.5 + 1.366)$$

$$Vdc = 579.6(v)$$

c) El espectro de la corriente se obtiene desarrollando la serie de Fourier

$$a_0 = 0$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 50Cos\, nwt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (-50)Cos\, nwt \quad dwt$$

$$a_n = \frac{50}{n\pi}\left(Sen\, n\pi \quad - Sen\frac{n\pi}{3} \quad - Sen\frac{n11\pi}{6} + Sen\frac{n7\pi}{6}\right)$$

$$a_1 = -13.78$$

$$a_2 = 6.89$$

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = 10.337$$

$$a_5 = 1.837$$

$$a_6 = 0$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 50 Sen\, nwt \quad dwt + \frac{2}{2\pi}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (-50) Sen\, nwt \quad dwt$$

$$b_n = \frac{50}{n\pi}\left(-Cos\, n\pi \quad + Cos\,\frac{n\pi}{3} \quad + Cos\,\frac{n11\pi}{6} - Cos\,\frac{n7\pi}{6}\right)$$

$$b_1 = 51.44$$
$$b_2 = -11.93$$
$$b_3 = 0$$
$$b_4 = -5.968$$
$$b_5 = -0.7386$$
$$b_6 = 0$$

Los valores para el espectro son los siguientes:

$$c_1 = \sqrt{(-13.78)^2 + 51.44^2}$$
$$c_1 = 53.25$$
$$c_2 = 13.77$$
$$c_3 = 0$$
$$c_4 = 11.93$$
$$c_5 = 2.9$$
$$c_6 = 0$$

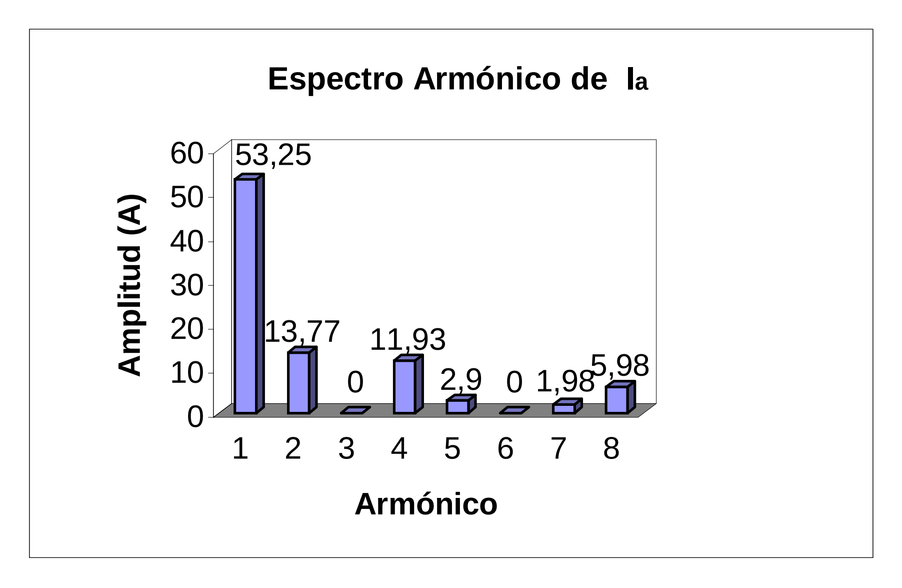


Figura 3.46

Para obtener el porcentaje de distorsión total, se calcula primero el valor efectivo de la corriente.

$$Irms = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 50^2 dwt}$$

$$Irms = \sqrt{\frac{50^2}{\pi}\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$Irms = 40.82(A)$$

$$I_1 rms = \frac{53.25}{\sqrt{2}} = 37.653$$

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{40.82^2 - 37.653^2}}{37.653} * 100 = 41.86$$

$$THDI(\%) = 41.86\%$$

d) El factor de potencia quedará de la siguiente forma:

$$FP = \frac{579.6 * 50}{\sqrt{3} * 460 * 40.82}$$

$$FP = 0.8912$$